

QCDにおけるグルーオニウムスペクトル

宮 本 道 子

Summary

GLUONIUM SPECTRUM IN QCD

Michiko Miyamoto

I describe an outline of “GLUONIUM SPECTRUM IN QCD” written by Prof. C. A. DOMINGUEZ. The scalar (0^{++}) and the tensor (2^{++}) gluonium spectrum is analyzed in the framework of QCD sum rules. Stable eigenvalue solutions, consistent with low energy theorems, and are dual to QCD and are obtained for the mass and width of these gluoniums.

C. A. Dominguez 教授著の “GLUONIUM SPECTRUM IN QCD” をまとめてみました。

あらすじ

スカラー (0^{++}) とテンソル (2^{++}) のグルーオニウムスペクトルは、QCD サム・ルールの枠内で解析されている。安定な固有値解は、双対性と低エネルギー問題に矛盾しておらず、これらグルーボールの質量と巾に対して得られた。

§ 1 序論と結論

初期の QCD において、次の事柄が認識された。^{1/}グルーオンとグルーボールの束縛状態の存在は、この非アーベリアン・ゲージ理論の自然な結果である。そこで、問題は次の2つに分けられる：(i)グルーオニウムに対する理論的な信頼できる予言をすること、そして(ii)まちがいがなく、グルーボールであると認識するはっきりした実験の特徴を探ることである。著しい進歩がなされたにもかかわらず、今までのところ、これら問題の両前線はなお、確立されていない。

理論的な表向きの態度において、QCD における束縛状態に対する正確で解析的な解がなされるように残されているので、近似の機構と、モデル計算が、現在、避けられない。これらの線にそって、グルーオニウムスペクトルを推測する企ては、次の事を含めている：(a)格子における QCD の数値のシミュレーション、(b)QCD サム・ルール^{3/}、(c)バッグモデル^{4/}、そして種々の他のモデル^{5/}。最低レベルにあるグルーボールが、シュードスカラー (0^{-+}) とテンソル (2^{++}) を伴うスカラー ($J^{PC}=0^{++}$) であることが一般に認められているようである。著しい例外は^{6/}、 0^{++} が 2^{++} より上のレベルにあるという主張である。質量に関しては、たいていの推測が、スカラーグルーボールは $M_{0^{++}} \approx 1.0 \sim 1.5 \text{ GeV}$ で、テンソルグルーボールが $M_{2^{++}} \approx 1.5 \sim 2.0 \text{ GeV}$ のところにある。しかしながら、格子 QCD の結果をどのように人が物理学の単位に翻訳するかによって、人は 0^{++} の質量が $M_{0^{++}} \approx 600 \sim 650 \text{ MeV}$ になること^{2.a/}を見出せるかもしれないことが指摘されるべきである。ここで記述されるべき最近のサム・ルールは^{3.d/}、スカラーグルーボールの質量に対するそのような低い値は、それがより上位の束縛状態にあるらしいことを示している。質量 $M_{0^{++}} \approx 1 \sim 1.5 \text{ GeV}$ は、Operator Product Expansion (OPE) と QCD における低エネルギーの定理に矛盾している。我々の結果は、スカラーグルーオニウムが異常に軽いという、ITEP グループ^{3.a/}による、より初期の主張を確かにした。 0^{++} の期待された総巾は、ある著者が小さいといい^{7/}そして他の著者は大きい^{3.b/}、^{5.d/}というふうに、さらに不確かでさえある。我々の結果は、軽いグルーボールは大変狭いということを示している。一方、同じ QCD サム・ルールの枠の中での 2^{++} チャンネルの解析は、少なくとも2つの共鳴： $M_1 \approx 1.6 \sim 1.7 \text{ GeV}$ 、 $\Gamma_1 \approx 100 \sim 150 \text{ MeV}$ と $M_2 \approx 2.0 \sim 2.1 \text{ GeV}$ 、 $\Gamma_2 \approx 200 \text{ MeV}$ を示している。

大変簡単な (そして簡単化されすぎた)、 0^{++} と 2^{++} グルーオニウムに対する実験的状況の

まとめは、次のように述べられる。0⁺⁺グルーボールの候補である G (1590) は、CERN-SPS でその $\eta\eta$ 崩壊をとおして見られる^{8/}；しかしながら、最近の CERN-ISR^{9/} (“ISR のグルーオニウム探索実験”)の結果は、それを観測していない。k \bar{k} しきい値にいたるまでの $\pi\pi$ 位相変化のデータの解析に従えば^{10/}、スカラーグルーボールは、それが、($\Gamma \approx 2 \sim 3$ MeV) ほど非常に狭いというのではないか、又は、巾が広く 650MeV ほどのところにあるのでなければ、除外することができるかもしれない。ここではクォーク状態との混合が巾を狭く見せているのであろう。I=0 の S 波である $\pi\pi$ と k \bar{k} の終状態の結合されたチャンネルのより最近の解析は^{11/}、最も最近の CERN-ISR データを含んでおり^{9/}、1 GeV 領域に 3 つの共鳴、S₁ (991)、S₂ (988)、 ϵ (900) を示したが、これらは単純なクォークモデルから期待されるより以上のものである。その性質の観点から、狭い状態 S₁ (991) は重要なスカラーグルーボール候補になろうとして現われる^{11/}。しかしながら、より軽い 0⁺⁺グルーボールの存在は、それが非常に狭ければ、無条件に除外することができない。CERN-ISR 実験における、 $\pi\pi$ スペクトルの実験的領域は^{9/}、10MeV の貯蔵容器であり、一方、より初期の高い統計的 $\pi\pi$ データは、20MeV の巾の貯蔵容器である^{12/}。テンソルグルーオニウムへもどろう、現在のその候補は：(i) θ (1700) は SLAC での輻射的 J/ ψ 崩壊の中にはじめて観察された^{13/}。最も最近の θ (1700) の変数は、M₀=1720 \pm 7MeV、 Γ_0 =132 \pm 15MeV そして J^{PC}=2⁺⁺である^{13.b/}。加うるに、CERN-ISR グルーオニウム探索実験は今、 θ (1700) に対する証拠を持っている。(ii) $\phi\phi$ の 3 つの共鳴、g_T (2050)、g_T (2300)、そして g_T (2350) ($\Gamma \approx 200 \sim 300$ MeV) は、ブルックヘブンで $\pi^-P \rightarrow \phi\phi n$ において観測された^{14/}。これらの状態に対する、J/ $\psi \rightarrow \gamma\phi\phi$ からの DCI で観測された証拠がある^{15/}。

すべて上記の候補がグルーボールであると認めることに益があるかないかの論争の議論は、この話の枠をはるかに超えている。興味ある読者は、最近の比評^{16/}を考慮に入れよ。

この第 1 章の残りにおいて、私はスカラー^{3.a/}とテンソル^{3.e/}グルーオニウムの質量と巾の、我々の QCD サム・ルールの鍵となる結果と結論を議論したい。方法の記述と技術的な詳細は次の章で与えられる。

グルーオニウムスペクトルは、次の 2 点関数を考えることによって、QCD において研究されうる。

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x \ e^{iqx} \langle 0 | T(J(x)J(0)) | 0 \rangle \quad (1)$$

ここで

$$J(x) = \beta_1 \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a(x) G_{\mu\nu}^a(x) + \text{クォークの寄与} \quad (2)$$

は、真空から 0⁺⁺グルーオニウムを生成する局所カレントであり、又

$$J(x) \rightarrow J_{\mu\nu}(x) = -G_{\mu\alpha}^a(x) G_{\alpha\mu}^a(x) + \frac{1}{4} g_{\mu\nu} G_{\alpha\beta}^a(x) G_{\alpha\beta}^a(x) + \text{クォークの寄与} \quad (3)$$

は、2⁺⁺のグルーオニウム量子数を持つ。(2)のカレントは、エネルギー・モーメントテンソルの跡 $\theta_{\alpha\alpha}(x)$ に比例し、(3)はちょうど $\theta_{\mu\nu}(x)$ になっている。すべての ITEP プログラム^{3.a/}

の背後の鍵になる仮定は、非摂動効果の存在においてさえ OPE 事象の有効性である。これらは、漸近的自由度に対するパワー補正を導入する、増加する次数のクォークとグルーオン場(真空凝縮)の消滅しない真空期待値によって変数が求められる。これら真空凝縮と、共鳴変数の間の関係は、ただちに解析からの当然の帰結である。分散関係における重さの選択によって、人は例えば、QCD サム・ルールのヒルベルト変換、ラプラス変換、ガウス変換又は有限エネルギーをうる。これら QCD サム・ルールの比較的記述は第 2 章で見出される。次の結果は、しかしながら、解析に用いられたサム・ルールのタイプに本質的に独立である。

A. スカラーグルーオニウム

スカラーグルーオニウムの質量と真空凝縮の間の簡単な関係は、QCD サム・ルールの有限エネルギーだけでなく、ラプラスとガウス変換からの、より厳密な表現を近似的にまとめているが、次のように書かれる

$$M_{0^{++}}^2 \approx \frac{C_6 \langle O_6 \rangle}{\Pi(0)} \quad (M_{0^{++}} > 2\mu_\pi) \quad (4)$$

これは、2 という因子の範囲内で有効である。(4)において、 $C_6 \langle O_6 \rangle$ は 3 グルーオン凝縮に対する短かい記号である

$$C_6 \langle O_6 \rangle \equiv 2 \frac{\beta_1^2}{\pi^2} \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) \langle 0 | g_s^3 f^{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\nu\beta}^b G_{\beta\mu}^c | 0 \rangle \quad (5)$$

そして $\Pi(0)$ は、 $Q^2=0$ の(2)によって与えられる $J(\mathbf{x})$ による(1)の値である。総巾は近似的に次の式によって与えられる

$$\Gamma_{0^{++}} \approx \frac{3}{2\pi} \frac{M_{0^{++}}^5}{\Pi(0)} \times (\text{位相空間}) \quad (6)$$

これはより厳密な結果に対する、非常に良い近似である (10%の範囲内)。数値を議論する前に(4)と(6)について 2、3 の意見が求められている：

(i)このチャンネルにおける質量の大きさは、例えば、普通のベクトル中間子又はテンソルグルーオニウムに対するような、漸近的自由度によるというよりはむしろ、非摂動の効果によって示されるということに注意しよう。この事実は、ITEP グループによって最初に認められた^{3,a)}。しかしながら、そのような状況は、新しいものではなく、すなわち、核子の質量の大きさは、クォークの真空凝縮によって示されるということは、よく知られている^{17/}。

$$M_N \approx \text{const.} \times | \langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle |^{1/3} \approx 1\text{GeV} \quad (7)$$

0^{++} チャンネルのそのようなふるまいに対する理由は、Fig 1 に示されている OPE の図式的表現からたやすくわかる。純粋に摂動効果 (Fig 1-a) は、 $O(\alpha_s^2)$ で開始し、このように、 $O(\alpha_s)$ (Fig 1-b) の大きさである非摂動的グルーオン凝縮の寄与に関して無視され、又 $O(1)$ (Fig 1-c) の大きさである $\Pi(0)$ に関しても無視される。数値的に、 $S_0 > 7\text{GeV}^2$ で、漸近的自由度は重要になりはじめている。あきらかに、そのような高エネルギーにおいて、人は双対性を引き合いに出すことはできなかった。他の言葉で言えば、そのようなしきい値に

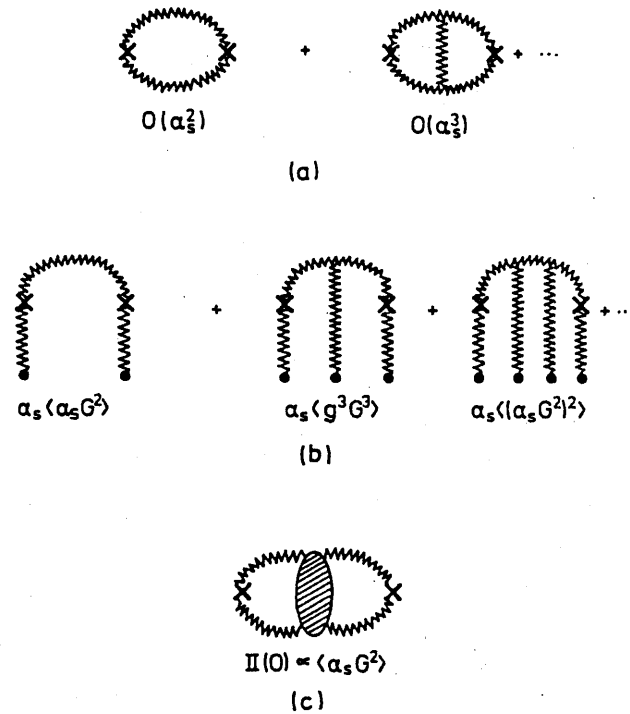


Fig. 1

到るまで有効であるスペクトル関数のハドロンの変数を求めることは、もっともらしくないか又は意味がないように見える。

(ii)この簡単な(4)と(6)の公式は、摂動と連続の寄与を無視したのちに、QCD サム・ルールのすべての種類の解釈からえられ、 $\Pi(0)$ に関する $C_4 \langle O_4 \rangle$ から得られ、そして残っている有力ではないグルーオン凝縮から得られる。これらのすべての寄与のうちで、連続性が最も重要である；それは数値的に $C_6 \langle O_6 \rangle$ と比較されるようになり、そして(4)は、因子2の範囲内で有効である。この近似は、しかしながら、総巾(6)へ最少の影響を与えるのみである。

(iii)(4)と(6)の近似は、QCD 領域における、純粋グルーオン力学に対するものである。しかしながら、^{13, d/}で初めて指摘したように、この領域に対するクォークの寄与は、グルーボールの質量と総巾の決定になんら重要な役割を演じていない。 $q=u, d, s$ に対して、これらの効果は $\alpha_s^2 m_q^2 / Q^2$ という因数によって取り除かれることに注意しよう。 $\langle \bar{c}c \rangle = \langle \bar{b}b \rangle = \dots = 0$ なので、重い構成粒子に対して、主たる非摂動の寄与は消滅する。クォークの効果は、効果的にスペクトル関数の変数を求めるのに考慮に入れているが、ここで我々は適当な $\pi\pi, k\bar{k}$ と $\eta\eta$ 中間状態の寄与を含めた。しかしながら、普通の中 ($\Gamma \approx \frac{M}{2}$) に到るまで、位相空間の効果は質量について無視する傾向にあり、そして2-シュードスカラー中間子のしきい値に非常に近い質量の値に対する巾にたいいてい影響を与える。最も大きな 0^{++} グルーボールの質量と巾への影響は、 $\Pi(0)$ である。ワードアイデンティティーとエネルギー-モーメントテンソルに対する交換関係を用いて、ITEP グループは次の低エネルギーの定理を得た^{13a/}

$$\Pi(0) = -16\beta_1 \left\langle 0 \left| \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right| 0 \right\rangle \quad (8)$$

グルーオン凝縮の数値についての議論は、第3章において見出される。これら凝縮についての10!という因子までの、そしてそれに加えて、(4)における不確かな2という因子の非常に保守的な誤差を考慮に入れるならば、次の値を見出す

$$M_{0^{++}} \simeq 300 \sim 650 \text{ MeV} \quad (9)$$

$$\Gamma_{0^{++}} \simeq 1 \sim 50 \text{ MeV} \quad (10)$$

ということを今単に指摘しておこう。これらの結果は、QCD サム・ルールの種々の解釈からの当然の帰結である M と Γ に対する完全な表現に基づくより注意深い解析によって確かなものにされる。(9)~(10)を得るために、グルーオン凝縮において許される不確定性はひどく大袈なものであった。手に入る最良の推測を用いて、人は次の値の代りに見出した

$$M_{0^{++}} \simeq 350 \sim 550 \text{ MeV} \quad (11)$$

$$\Gamma_{0^{++}} \simeq 1 \sim 10 \text{ MeV} \quad (12)$$

私の目的は、不確定性のひどい大袈さでさえ、1 GeV より十分低い 0^{++} の質量を与えるということを示すことであった。事実、人はたやすく問題を転換することができるし、1~1.5 GeV のスカラーグルーボールを与えるであろう凝縮の値を求めることができる。問題は今までに説明したことより少しこみ入っている。なぜなら、主に $C_8 \langle O_8 \rangle$ のより高次の凝縮の値の言外の意味を人は探さなければならないので、しかし答えは、合理的な極限の十分外側にある。OPE (直接のインスタントン?) において説明されなかった、付加的非摂動的効果は、原理的にそのような軽いスカラーグルーボールを回避する逃げ道を提供することができた。しかしながら、現在において、この可能性は熟考の末の結論である。現在実験的に与えられた $\pi\pi$ スペクトルを貯蔵容器に入れて見えなくすることを再び私に繰り返させよ、数 MeV 中の軽い 0^{++} グルーボールを明確に認めないということは不可能である。

B. テンソルグルーオニウム

OPE の言葉において、テンソルグルーオニウムに対する質量の大きさは、スカラーグルーオニウムに対するそれとはやや異なっていることが期待される。 $O(1)$ の大きさの最低次数の摂動の寄与と主な非摂動項 $C_8 \langle O_8 \rangle$ (このチャンネルにおいては、4次元と6次元の補正はない^{3.a)}) を示す Fig 2 からたやすくわかる。人はそこで、8、10等の次元のグルーオン凝縮による、小さなパワー補正がなされた漸近的自由度によって、大きさが設定されることを期待する。しかし、 $C_8 \langle O_8 \rangle$ におけるウィルソン係数は $O\left(\frac{1}{\alpha_s}\right)$ の大きさであり全項はなお数値的に小さいことに注意しよう。これは、漸近的自由度が本質的には役割を演じず、又、大きさがグルーオン凝縮によって設定された 0^{++} チャンネルと対照をなす。

FESR の枠の中で、 $\pi\pi$ 、 $\bar{k}\bar{k}$ と $\eta\eta$ へのテンソルグルーボール結合とともに、スペクトル関数の有限巾の変数を求めることを用いて、我々は

$$M_{2^{++}} \simeq 1.6 \sim 2.0 \text{ GeV} \quad (13)$$

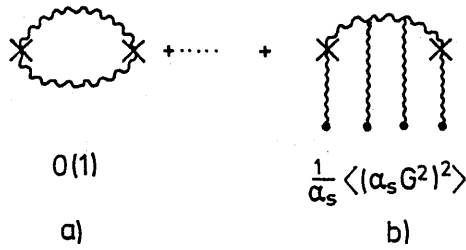


Fig. 2

$$\Gamma_{2^{++}} \simeq 100 \sim 200 \text{ MeV} \quad (14)$$

をゼロ巾における、初期のラプラス変換 QCD サム・ルールの推測と列をなして、見出す^{3.a, c, f}。しかしながら、FESR によって提出された固有値問題はスペクトル関数の中に加えられた共鳴の必要性の不安定な合図になっている。これは ρ チャンネルの中に起こったことに似ている¹⁸。2 番目の共鳴を加えることが、最も経済的な様式においてもしなされてさえ、サム・ルールの予言的パワーをあきらかに縮小する。それにもかかわらず、 ρ チャンネルからの我々の経験は、固有値問題を安定化する過程において、人がスペクトル関数のセミ量的推測が出来ることを示す。この例を指針として用いて、人は 2^{++} の基底状態の位置が励起を加えることによって本質的に影響されないということを仮定することができ、そしてそこで、固有値問題を安定化する共鳴変数を探す。この方法で、我々は

$$M_1(2^{++}) \simeq 1.7 \text{ GeV} \quad \Gamma_1(2^{++}) \simeq 50 \text{ MeV} \quad (15)$$

$$M_2(2^{++}) \simeq 2 \sim 2.2 \text{ GeV} \quad \Gamma_2(2^{++}) \simeq 200 \text{ MeV} \quad (16)$$

を見出すが、これらは $\theta(1700)$ と少なくとも、 $g_T(2000)$ のグルーボールの 1 つの候補がたやすく QCD で説明されうるということを示す。

§ 2 理論的な枠：QCD サム・ルール

この章において私は、Shifman と Veinshein と Zakharov によって紹介された、QCD サム・ルールプログラムの背後の主な考えを議論しよう。紹介は、この分野の専門家でない人に向けられたものであり、又このように、厳密さは、はっきりさせるために犠牲にされよう。

2A. QCD サム・ルールの種々の解釈

QCD の 2 つのよく知られた理解を思い出すことから始めよう：(i) 短距離において人は、信頼できる摂動計算の遂行と、強い相互作用ラング結合定数 $\alpha_s(Q^2)$ の注文に合わせることを考慮に入れている、QCD の漸近的性質をもつ。ここで、 $\alpha_s(Q^2) \sim \frac{1}{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}$ である。(ii) 他の端、

すなわち、低エネルギーにおいて、QCD は非線型 σ モデルや、カイラルラグランジアン等をとおして理解される。信頼出来る計算は又、カイラル摂動論と、再び原理的にあらゆるループの数に対して、ここで可能である。もし QCD が、強い相互作用に対して正しい理論であれば、

そこで両理解が重なり共存する中間の領域が存在すべきである。ITEP プログラムは、非摂動効果から生ずる漸近的自由度に対するパワー補正をするというやり方から出発して紹介しつつ、短距離領域からこの領域に近づく。これらパワー補正は次の例¹⁹⁾によって図解された、より高次の輻射よりもより重要であると期待される： $\rho-A_1$ の質量分岐は摂動論において、ゼロからすべての大きさにわたっている。

これらパワー補正の外観を見るために、2点関数(1)に集中し、そして OPE を考えよう

$$i \int d^4x e^{iqx} T(J(x)J(0)) = C_0 \mathbf{1} + \sum_N C_N(q) \hat{O}_N \quad (17)$$

ここで、この展開におけるウィルソン係数 $C_N(q)$ はローレンツ添字と $J(x)$ と QCD のクォークとグルーオン場から作られる局所ゲージ不変オペレーター \hat{O}_N の量子数によっている。これらオペレーターは、増加する次元によってきちんと並べられ、そしてウィルソン係数は、対応する q^2 のパワーによって減少する。(17)における単位オペレーターは、 $d=0$ の次元をもち、そして $C_0 \mathbf{1}$ は純粋に摂動的な寄与をあらわす。 $d=4$ の例は： $m_q \bar{q}q$ 、 $G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$ である。(1)において(17)の OPE を用いるために、 $\langle 0 | \hat{O}_N | 0 \rangle$ が一意的に消滅するのであれば、人は摂動論を超えてゆく必要がある。ITEP プログラムの背後にある鍵になる仮定は、OPE が非摂動効果の存在においてさえ、続けて意味をなすことである、すなわち、(1)における状態 $|0\rangle$ が物理的真空と同一であるとみなすことである。QCD を理解する、我々の現在の舞台上で、第一原理からこれらの真空凝縮を計算することは不可能である。それらは、例えば、分散関係によって実験とそれらに関係付けることによって、又は格子上の QCD の数値的シミュレーションによって、固定されるべき現象的変数として残っている。ウィルソン係数は、しかしながらくりこみ群の方程式に従い、そして摂動論において計算可能である。

上に述べたことの直観的な映像は、次の例によって準備される^{13,a)}。軽いクォーク場から作られる局所カレント $J(x) \propto \bar{q}(x)q(x)$ を考えよう、それを2点関数(1)に挿入しよう、そして大きな入射する運動量 Q の極限において、最初の意味あるグラフ Fig 3 -a を見よ。すべての内部運動量が大いとき、このグラフは効果的に一点に縮小し (Fig 3 -b)、そしてこの寄与は摂動論において計算されうる。しかしながら、ループ積分をするとき、人は、例えば k が小さく (ソフトグルーオン)、そしてクォーク運動量がすべて大きい領域を必然的に打つ。そのような領域において、人はグルーオン伝播関数が非摂動効果によって修正されることを期待し、そしてグラフは効果的に Fig 3 -c に示されているグラフに縮小する。この場合における非摂動的ゆらぎは、ハードな運動量を吸収する係数を掛けたグルーオン凝縮 $\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a | 0 \rangle$ にはかならず、そして、このように摂動論で計算可能である。もしその代りに、グルーオンがハードで、2、3のクォークラインがソフトであれば、人は例えば、4-クォーク真空凝縮を得る。この短距離と遠距離の効果の因数分解はもちろん、OPE が全面的に行うところのことである。

ひとたび摂動論を超える OPE の有効性が、解析性からただちに続く残りを仮定する、すなわち、2点関数(1)がサブトラクション定数の数 n まで定義される

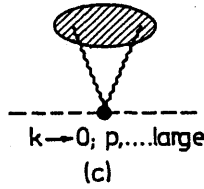
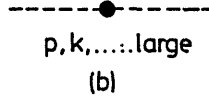
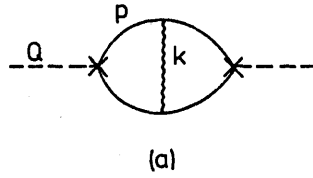


Fig. 3

$$\Pi(Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s+Q^2} + \text{サブトラクション} \quad (18)$$

分散関係を満たす ($Q^2 = -q^2$, q^2 空間的) と仮定する。(18)において適当な数の微分をとることによって、人はこれらサブトラクションを免れることができる。これはパワーモーメント又はヒルベルト変換サム・ルールを与える。

$$M(Q^2) \equiv \frac{1}{n!} \left(-\frac{d}{dQ^2}\right)^n \Pi(Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{(s+Q^2)^{n+1}} \quad (19)$$

$n=d+1$ であり、ここで d はスペクトル関数 $\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s)$ の s についての漸近的ふるまいである。真空凝縮の値まで、(19)の l. h. s. は OPE(17)によって、QCD において計算されうる。すなわち、

$$M_n(Q^2) |_{\text{QCD}} = \frac{1}{n!} \frac{C_0}{Q^2} \left[1 + \sum_{p=2}^P \frac{P}{(Q^2)^p} C_{2p} \langle \hat{O}_{2p} \rangle \right] \quad (20)$$

この結果はパワー補正が補正として残るような Q^2 の値に対してのみ意味があろう。(19)の r. h. s. に現われるスペクトル関数は、実験値から外挿され、この場合人は主な真空凝縮を推測することができるか又は、ある共鳴モデルによって、低エネルギーにおいて、変数を求めることができる；もし凝縮が知られているならば、これはスペクトル関数に入っている質量と結合定数の推測値を用意する。 $\text{Im} \Pi(s)$ の高エネルギーでのふるまいが摂動論によって、QCD において計算されうることに注意しよう。漸近的自由度の開始は、あるしきい値 S_0 によって特徴付けられ、そしてこのように人は近似的に書くことができる

$$\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) |_{\text{Res}} + \theta(s-s_0) \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) |_{\text{A.F.}} \quad (21)$$

サム・ルール(19)は、 $M_n(Q^2)$ に対する理論的 QCD 表現に十分に大きい Q^2 に対するハドロンのスペクトル関数の重みを付けられた平均が調和すべきであるという意味において、グローバル双対関係とみなされうる。しかしながら、人は入手できる QCD とハドロンの情報の総数が限られていることを考慮に入れるべきである。前者は、OPE におけるはじめのすくないパワー補正に限られており、一方、後者は通常、基底状態の共鳴に限られているか又は、せいぜい第 1 励起状態に限られている。これは、ヒルベルト変換(19)は、このプログラムを遂行するための理想的なサム・ルールではないのではないかとこのことを意味している。1 つの最大の効果をあげるように行うことは、(19)の両辺に次の演算子を作用することである

$$\hat{L} \equiv \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ Q^2 \rightarrow \infty}} \left| \frac{(-1)^N}{(N-1)!} (Q^2)^N \frac{d^N}{(dQ^2)^N} \right. \quad (22)$$

この手順は、SVZ のラプラス変換を導く^{/19/}。

$$M(\sigma) \equiv \frac{C_0}{\sigma^n} \left[1 + \sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{(p-1)!} C_{2p} \langle \hat{O}_{2p} \rangle \sigma^p \right] \quad (23)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds e^{-s\sigma} \text{Im} \Pi(s)$$

この極限的な過程において、 $\frac{1}{Q^2}$ という変数の σ への変形が起った。それゆえ、今や非摂動効果が新しい短距離 σ の中にパワー補正として現われる。(23)のサム・ルールは、エックスポネンシャル因子、(23)の r. h. s. のために、 σ の手頃な値で、今やスペクトル関数の低エネルギーのふるまいに対してより感度がよいという意味において、ヒルベルト変換サム・ルールの改良であるとみなされうる。同時に高次元真空凝縮は、階乘的に削除され、歓迎される目鼻立ちとなる。

他の最大の効果をあげるような行いは、(23)の両辺に次のオペレーター^{/20/}を作用することによって得られ

$$\hat{L} \equiv \lim_{\substack{\sigma^2 \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty}} \left| \frac{(-1)^N}{(N-1)!} (\sigma^2)^N \frac{d^N}{(d\sigma^2)^N} \right. \quad (24)$$

これは Beltmann、Launer と Rafael のガウス-ワイヤーシュトラスサム・ルールを与える^{/20/}

$$G(\hat{s}, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{\frac{n}{2}} \tau^{\frac{(n-1)}{2}} C_0 \left[e^{-\frac{\hat{s}^2}{4\tau}} D_{-n} \left(-\frac{\hat{s}}{\sqrt{2\tau}} \right) + \sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{(p-1)!} \frac{C_{2p} \langle \hat{O}_{2p} \rangle}{(\sqrt{2\tau})^p} e^{-\frac{\hat{s}^2}{8\tau}} D_{p-n} \left(-\frac{\hat{s}}{\sqrt{2\tau}} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4\pi\tau}} \int_0^\infty ds \exp \left[-\frac{(s-\hat{s})^2}{4\tau} \right] \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) \quad (25)$$

ここで $D_n(Z)$ は放物線状の円筒関数であり、そして新しい短距離展開変数は $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$ に比例する。変換 $G(\hat{s}, \tau)$ は、 $\sqrt{4\tau}$ の有限巾の分解能をもつ、任意の \hat{s} という点に中心軸をもつガウス関数とスペクトル関数の交錯であるのみである。QCD によって計算された、ガウス-ワイヤーシュトラス変換は、人が QCD について知れば知るほど、より抜目なくガウス関数をと

ることができ、(すなわち τ はより小さい)、そして正解にすればするほど、計算された $G(\hat{s}, \tau)$ は物理的スペクトルを近似するという意味において、ハドロンのスペクトル関数に双対的である。もし QCD の束縛状態の問題が完全に解ければ、人は $\tau=0$ と取ることができる。この仮定的な場合において

$$G(\hat{s}, 0) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(\hat{s}) \quad (26)$$

であり、人は厳密に局所双対性をもつ。実際、しかしながら、QCD の情報の総計が限られているために、 τ は有限に保たなければならず、典型的には $\tau \approx 0.5 \sim 1 \text{ GeV}^2$ である。

ガウスサム・ルールと、QCD における双対性の量的な定義を考慮に入れる熱方程式の理論との間の大変面白い役に立つ類似がある^{/20/}。この類似は、 $G(\hat{s}, \tau)$ が偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 G(\hat{s}, \tau)}{(\partial \hat{s})^2} = \frac{\partial G(\hat{s}, \tau)}{\partial \tau} \quad (27)$$

に従うという観察に基づいている。これはもし人が \hat{s} を“位置”変数で、 τ を“時間”変数と解釈しなおすならば、1次元の熱方程式である。この類似において、ハドロンのスペクトル関数 $\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(\hat{s})$ は半無限大の棒 $0 \leq \hat{s} \leq \infty$ における、初期の熱分布を現わしており、そして $G(\hat{s}, \tau)$ は、この棒の熱分布の“時間”についての発生を測定する。これは与えられたスペクトル関数に対する現象論的データと、真空凝縮の明確な選択の間の調和を検討する大変便利な枠を用意する。事実、時間 τ が十分に大きくなった後で、計算されていない QCD 補正が相対的に小さくなると、予言された QCD 熱分布は、現象論的データの熱発生と調和すべきである。これは BLR^{/20/} によって提案された熱発生テストであり、そしてこれは局所双対性の

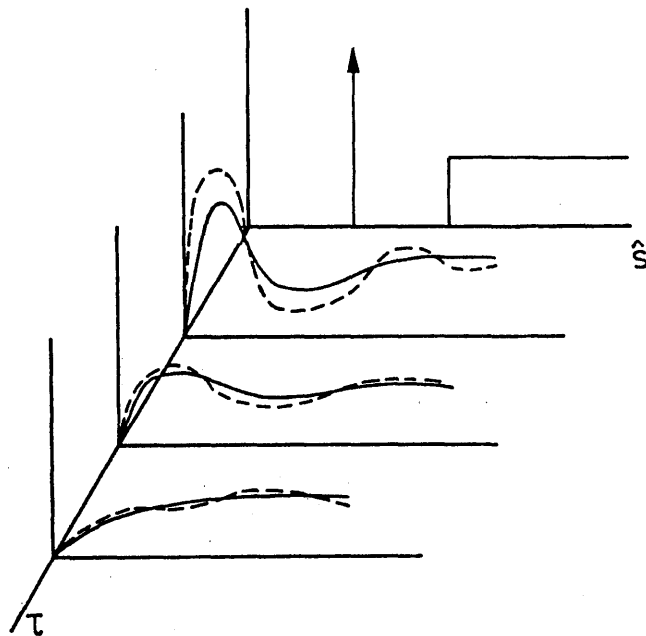


Fig. 4

考の量的公式化として役立っている。Fig 4において、我々は、 $\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) |_{\text{RES}}$ がデルタ関数で近似され、そして $\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi(s) |_{\text{AF}} \approx \text{一定}$ (連続な曲線) であるとき、初期的熱分布(2)の“時間”における発生を図式的に示している。Fig 4における破線は、QCD 熱分布の発生を示している。この場合、低エネルギー変数と、QCD における2点関数を計算するのに用いられた凝縮の値との間に双対性がある。これら凝縮の値を変えることは、双対性を破壊するかもしれない；これは、QCD とかなりの“時間”が経過したのちのハドロンの熱発生の間の不調和によって信号されるであろう。

ガウス-ワイヤーシュトラス変換のエルミート・モーメントを書くことによって、なお QCD サム・ルールの他のタイプを得ることが可能である。これはいわゆる有限エネルギーサム・ルール (FESR) を導き、そして例えば、カレント(2)に対して適当であり、スカラークルーオニウムに対しては^{3,4)}を研究せよ。

$$\frac{1}{2} C_0 S_0^2 + \Pi(O) - C_4 \langle O_4 \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{S_0} ds \frac{\text{Im} \Pi(s)}{s} \quad (28)$$

$$\frac{1}{3} C_0 S_0^3 + C_6 \langle O_6 \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{S_0} ds \text{Im} \Pi(s) \quad (29)$$

$$\frac{1}{4} C_0 S_0^4 - C_8 \langle O_8 \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{S_0} ds s \text{Im} \Pi(s) \quad (30)$$

等々である。これら方程式において、 C_0 はグルーオンのループからの摂動的係数であり (Fig 1-a)、 $C_N \langle O_N \rangle$ はグルーオン凝縮に関係付けられ (Fig 1-b)、そして $\Pi(O)$ はサブトラクション定数である (Fig 1-c)。積分切断 S_0 は上記の固有値問題に対する解として予言される漸近的自由度に対するしきい値である。FESR の一つの利益は、真空凝縮が非結合固有値方程式に従うことであり、このことは、ヒルベルト、ラプラス、ガウス変換が相互に関連してあらわれるのと対照をなしている。しかしながら、 S_0 が共鳴領域の境界にあることが期待されるので、FESR は高エネルギー領域により影響力を持ち、そしてこのことは、より正確なハドロンの変数を求めることを要求してもよい。このことは、FESR が励起状態についての価値ある情報を用意できるので、不利な条件を必要としない。

2B. QCD サム・ルールから予言まで

これまでに議論してきたサム・ルールについて、あらゆることを考えてみよう、そして我々は主な真空凝縮の値をあらかじめ知って、共鳴の質量と巾を推測したいとしよう。第一歩は、スペクトル関数(2)を書くことである。方程式(2)の2番目の項はそれが摂動的 QCD において計算されうるので、少なくとも原理的に問題はない。一個の共鳴に関して、最もありふれた手順は、デルター関数によってその変数を求めることである (ゼロ巾共鳴モデル)。しかしながら、この2つの変数 (質量と結合定数) のデータは、あかぬけていないので、困難をまねくかもしれない。より現実的な有限巾の変数を求めることは、長距離での QCD の有効カイラルラグランジアン理解によって用意された情報を用いることによって、ある場合になされう。こ

の考えの QCD サム・ルールへの適用に対しては、^{/21/, /3.d/, /3.e/}を見よ。あらゆる場合において、より重要なポテンシャル問題は、スペクトル関数に入っている共鳴変数が短距離変数によっていることである：短距離変数とは、ヒルベルト変換(19)においては $\frac{1}{Q^2}$ 、ラプラス変換(23)においては σ 、ガウス変換(25)においては $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$ である。又、これら共鳴変数は、FESR を含むすべてのサム・ルールにおいて、漸近的自由度に対するしきい値 S_0 によっている。これら関数の依存性はあきらかに見せかけであり、そしてそれゆえ、予言をする前にある基準が必要とされる。ラプラス変換(23)と、例えば(28)~(30)の FESR に集中すれば、これら基準は次のようである。(a)ラプラス変換：これらサム・ルールは、例えば、基底状態と、第一励起状態（又はそれをこえる）ののちのどこかの状態にあると仮定することによって推測されるにちがいない、しきいち S_0 を固定しない。この程度まで、ラプラスのサム・ルールは局所双対性の量的な公式化をそれら自身によって用意しはしない。あらゆる場合において、一度 S_0 が固定されると、普通の摂動的 QCD が有効なままであるような、 σ におけるある領域又は“窓”が存在し、同時に主なパワー補正が要求されるという基準に従う、与えられた QCD 情報に対して、共鳴変数に対する予言が双対的であると期待される。局所双対性の量的な公式化が欠如しているので、共鳴変数が読み込まれた QCD 情報に対して事実双対的であるという期待の補足的な調和性の検討が、たとえば BLR^{/20/}の熱発性のテストを用いることによってなされるべきである。実験は、この検討が意外な結果を導くであろうことを示している^{/18/, /20/}。(b)有限エネルギーサム・ルール：例えば、(28)~(30)の FESR は、その解が S_0 と同様に、 $\text{Im} \Pi(s)$ における共鳴変数である、よく定義された固有値問題のポーズをとっている。しかしながら、 S_0 における小さな変化が共鳴変数における大きな変化を誘起するという意味において、この固有値問題が不安定なので、これは十分ではないであろう；あきらかに望ましくない状況である。そのような不安定性は、通常スペクトル関数の不正確な変数を求めることによる。Rich と Rafael による次の原理は遂行されるべきである：“FESR が S_0 について安定である場合にのみ、FESR を信頼しよう、そのときにのみ双対性が存在する。”より明確であるために、FESR の(28)と(29)の比を考えよう

$$\frac{1 + \frac{3 C_6 \langle O_6 \rangle}{C_0 S_0^3}}{1 + \frac{2 [\Pi(O) - C_4 \langle O_4 \rangle]}{C_0 S_0^2}} = \left(\frac{3}{2 S_0} \right) \frac{\int_0^{S_0} ds \text{Im} \Pi(s)}{\int_0^{S_0} \frac{ds}{s} \text{Im} \Pi(s)} \quad (31)$$

(31)の QCDI. h. s. はある S_0 の値で Fig 5 において図式的に示される（垂線）：誤差棒は真空凝縮変数における不安定性を反映している。連続した曲線(a)は、固有値問題が安定、すなわち広い“双対性領域”があり、その範囲内で、 $\text{Im} \Pi(s)$ における共鳴変数が QCD に対して双対的であり、(31)のハドロンの r. h. s. の図式的ふるまいを示している。対照的に、連続した曲線(b)は、不安定な固有値問題に対応するであろう。追加的な情報は、比(31)を安定に保つために、スペクトル関数において要求される。

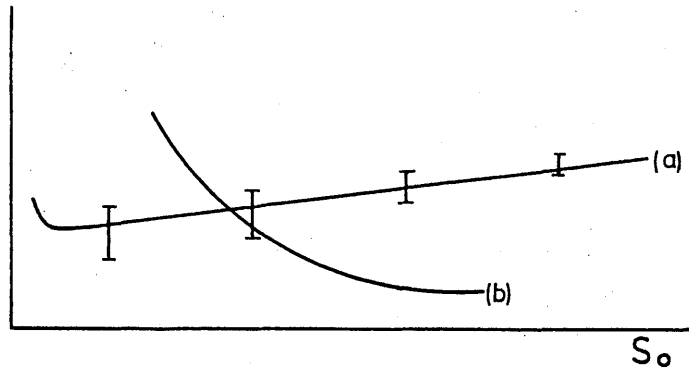


Fig. 5

REFERENCES

- /1./ H. Fritzsch, M. Gell-Mann, Proc. 16th International Conference on High Energy Physics, Vol. 2 (FNAL, Batavia, 1972) ; H. Fritzsch, P. Minkowski, Nuovo Cimento A 30, 393 (1975)
- /2.a/ Ph. de Forcrand, G. Schierholz, H. Schneider, M. Teper, Phys. Lett. 152 B, 107 (1985) ; Z. Phys. C-Particles and Fields 31, 87 (1986)
- /2.b/ A. Patel, R. Gupta, G. Guralnik, G. W. Kilcup, S. R. Sharpe, Univ. of California Report No. UCSD-10 P 10-260(1986)
- /2.c/ M. Teper, Proc. Workshop on Non Perturbative Methods, Ed. S. Narison (World Scientific, Singapore, 1985)
- /3.a/ V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B 165. 67 (1980) ; B 191, 301 (1981)
- /3.b/ P. Pascual, R. Tarrach, Phys. Lett. 113 B, 495 (1982)
- /3.c/ S. Narison, Z. Phys. C-Particles and Fields 26, 209 (1984)
- /3.d/ C. A. Dominguez, N. Paver, Z. Phys. C-Particles and Fields 31, 591 (1986)
- /3.e/ C. A. Dominguez, N. Paver, Z. Phys. C-Particles and Fields 32, 391 (1986)
- /3.f/ N. V. Krashnikov, A. A. Pivovarov, N. N. Tavkhelidze, Z. Phys. C-Particles and Fields 19, 301 (1983)
- /4.a/ R. L. Jeffe, K. Johnson, Phys. Lett. 60 B, 201 (1976)
- /4.b/ J. F. Donoghue, K. Johnson, B. A. Li, Phys. Lett. 99 b, 416 (1981)
- /4.c/ T. Barnes, F. E. Close, S. Monaghan, Phys. Lett. 110 B, 159 (1982)
- /4.d/ T. H. Hansson, K. Johnson, C. Peterson, Phys. Rev. D 26, 2069 (1982)
- /4.e/ C. E. Carlson, T. H. Hansson, C. Peterson, Phys. Rev. D 27, 1556 (1983)
- /4.f/ M. Chanowitz, S. R. Sharpe, Nucl. Phys. 222 B, 211 (1983)
- /4.g/ T. Barnes, F. E. Close, F. de Viron, Nucl. Phys. B 224, 241 (1983)
- /5.a/ T. Barnes, Z. Phys. C-Particles and Fields 10, 275 (1981)
- /5.b/ J. M. Cornwall, A. Soni, Phys. Lett. 120 B, 431 (1983)
- /5.c/ F. Caruso, A. F. S. Santoro, M. H. G. Souza, C. O. Escobar, Phys. Rev. D 30, 69 (1984)
- /5.d/ J. Ellis, J. Lanik, Phys. Lett. 150 B, 289 (1985)
- /5.e/ G. J. Gounaris, R. Kögerler, J.E. Paschalis, Nucl. Phys. B 276, 629 (1986) ; Z. Phys. C-Particles and Fields 31, 277 (1986)
- /5.f/ H. G. Gomm, P. Jain, R. Johnson, J. Schechter, Phys. Rev. D 33, 801 (1986)

- ✓5.g/ P. O. Hess, R. D. Viollier, Phys. Rev. D 34, 258 (1986)
- ✓6.a/ B. Berg, A. Billoire, C. Vohwinkel, Florida State University Report No. FSU-SCRI-86-06 (1986)
- ✓6.b/ R. V. Gavai, A. Gockesch, U. M. Heller, Univ. California, San Diego, Report No. UCSD-10 P 10-268 (1986)
- ✓7/ C. E. Carlson, J. J. Coyne, P. M. Fishbane, F. Gross, S. Meshkov, Phys. Lett. 99 B, 353(1981)
- ✓8/ D. Alde et al., Nucl. Phys. B 269, 485 (1986)
- ✓9/ T. Akesson et al., Nucl. Phys. B 264, 154 (1986)
- ✓10/ S. R. Sharpe, R. L. Jaffe, M. R. Pennington, Phys. Rev. D 30, 1013 (1984)
- ✓11/ K. L. Au, D. Morgan, M. R. Pennington, Phys. Lett. 167 B, 229 (1986) ; Rutherford Report No. RAL-86-076 (1986)
- ✓12/ For a description of these data see ✓11/
- ✓13.a/ C. Edwards et al., Phys. Rev. Lett. 48, 458 (1982)
- ✓13.b/ D. M. Coffmann et al., SLAC Report No. SLAC-PUB-3720 (1986)
- ✓14/ A. Etkin et al., Phys. Rev. Lett. 49, 1620 (1982)
- ✓15/ D. Bisello et al., Phys. Lett. 179 B, 294 (1986)
- ✓16.a/ C. A. Heusch, SLAC Report No. SLAC-PUB 3556 (1985)
- ✓16.b/ S. Cooper, Proc. International Europhysics Conference on High Energy Physics, Eds. L. Nitti, E. Preparata (Bari, 1985)
- ✓17.a/ H. G. Dosch, Proc. Workshop on Non Perturbative Methods, Ed. S. Narison (World Scientific, Singapore, 1985)
- ✓17.b/ L. J. Reinders, H. Rubinstein, S. Yazaki, Phys. Rep. 127, 1 (1985)
- ✓18.a/ R. A. Bertlmann, C. A. Dominguez, M. Loewe, M. Perrottet, E. de Rafael, DESY Report (to appear)
- ✓18.b/ R. A. Bertlmann, Proc. XVII International Symposium on Multiparticle Dynamics, Seewinkel, Austria, June 1986 (to be published), and Univ. Wien Report No. UW Th. Ph.-1986-25 (1986)
- ✓18.c/ C. A. Dominguez, invited talk at this Workshop
- ✓19/ M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B 147, 448, 519 (1978)
- ✓20.a/ R. A. Bertlmann, G. Launer, E. de Rafael, Nucl. Phys. B 250, 61 (1985)
- ✓20.b/ G. Launer, Z. Phys. C-Particles and Fields 32 557 (1986)
- ✓21.a/ C. A. Dominguez, Z. Phys. C-Particles and Fields 26, 269 (1984)
- ✓21.b/ C. A. Dominguez, M. Kremer, N. Papadopoulos, K. Schilcher, Z. Phys. C-Particles and Fields 27, 481 (1985)
- ✓21.c/ C. A. Dominguez, M. Loewe, Phys. Rev. D 31, 2930 (1985)
- ✓21.d/ A. Pich, E. de Rafael, Phys. Lett. 158 B, 477 (1985)
- ✓21.e/ C. A. Dominguez, E. de Rafael, Ann. Phys. (N. Y.) to be published ; Univ. Wien Report No. UW Th. Ph.-1986-13 (1986)
- ✓22/ E. V. Shuryak, Nucl. Phys. B 203, 93, 116, 140 (1982)
- ✓23.a/ S. N. Nikolaev, A. V. Radyushkin, Sov. J. Nucl. Phys. 39, 91 (1984)
- ✓23.b/ A. R. Zhitnitskii, Sov. J. Nucl. Phys. 41, 513 (1985)
- ✓24/ M. Müller-Preussker, Phys. Lett. 122 B, 165 (1983)
- ✓25.a/ A. Di Giacomo, K. Fabricius, G. Paffuti, Phys. Lett. 118 B, 129 (1982)
- ✓25.b/ A. Di Giacomo, Proc. Workshop on Non Perturbative Methods, Ed. S. Narison (World Scientific, Singapore, 1985)

- /26/ V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Nucl. Phys. B 237, 525 (1984)
- /27/ V. A. Novikov, M. A. Shifman, Z. Phys. C-Particles and Fields 8, 43 (1981)

参考文献

- C. A. DOMINGUEZ, QUARK, GLUONS AND HADRONIC MATTER (EDITED BY R. D. VIOLLIER, N.WARNER), WORLD SCIENTIFIC, P. 92

(原稿受理1999年11月30日)