

論文

二成分系水溶液の希釈に伴う体積変化に関する考察（５） —臭化ナトリウム水溶液および臭化カリウム水溶液—

中川 徹夫

神戸女学院大学

Consideration on Volume Change in Diluting Binary Aqueous Solutions, Part 5 —Aqueous Sodium Bromide and Potassium Bromide Solutions—

Tetsuo Nakagawa

(Kobe College)

Abstract

The additivity of volume does not hold when a solution is diluted with a solvent. The method of estimating the volume of a diluted binary solution (V_M) has been already derived. In this paper, this method is applied to sodium bromide (NaBr) and potassium bromide (KBr) aqueous solutions in order to examine volume changes in diluting these solutions with water at 20° C using their density data. The concentration range of original aqueous solutions is 0-0.4000 mass fractions of solutes. The volume ratios of the original solution to the added water are 1.000 mL: 9.000 mL, 3.000 mL: 7.000 mL, 5.000 mL: 5.000 mL, 7.000 mL: 3.000 mL, and 9.000 mL: 1.000 mL. For both solutions, as the concentrations of the original solution are increasing, the values are decreasing, and their minimums are 9.964 mL for the NaBr aqueous solution and 9.970 mL for the KBr aqueous one at the ratio 5.000 mL: 5.000mL. The obvious volume decreases are recognized after diluting original solutions. Using our method, the V_M values can be simply estimated without performing experiments, and therefore it is useful as teaching material for high school science.

Key words : binary aqueous solution, dilution, volume change, sodium bromide, potassium bromide, microscale experiment

キーワード : 二成分系溶液、希釈、体積変化、臭化ナトリウム、臭化カリウム、マイクロスケール実験

1 はじめに

一般に、温度、圧力一定の下で、純液体同士または溶液と純液体を混合すれば、混合前の液体の体積の総和は、混合後の液体（溶液）の体積にはならない。すなわち、液体の混合に伴い、体積の加成性が破綻する。この現象はよく知ら

れているにも関わらず、これまでに中学校や高等学校理科においては、定量的な議論や教材化はほとんどなされていない。

著者は、マイクロスケール実験と理論計算を組み合わせた手法を用いて、アルコールと水の混合に伴う体積変化に関して定量的に

検討し、教材化を試みた（中川, 2007, 2010 ; Nakagawa, 2013）。続いて、溶質と溶媒からなる二成分系溶液に溶媒を加え、希釈後の体積を算出する理論式を誘導した（中川, 2012）。さらにこの式を用いて、D-グルコースおよびスクロース水溶液（中川, 2012）、塩化ナトリウムおよび塩化カリウム水溶液（中川, 2013）、水酸化ナトリウムおよび水酸化カリウム水溶液（中川, 2014a）、炭酸ナトリウムおよび炭酸カリウム水溶液（中川, 2014b）を水で希釈した場合の体積変化に関して、定量的に考察し、教材としての有用性を明らかにした。

本研究では、臭化ナトリウムNaBrおよび臭化カリウムKBr水溶液を水で希釈する際の体積変化について検討した。これら2種類の塩の水溶液を研究対象にした理由は、つぎの通りである。第一に、我々の計算方法を用いれば、微小な体積変化でも容易に推算が可能である。第二に、臭化物イオン Br^- が共通であるため、希釈に伴う体積減少効果のアルカリ金属イオン Na^+ 、 K^+ による相違について考察できる。第三に、前報（中川, 2013）の結果と比較して、希釈に伴う体積減少効果のハロゲン化物イオン Br^- 、 Cl^- による相違について考察できる。

2 理論

2-1 二成分系溶液の希釈後の体積

いま、それぞれ一種類の溶質（成分1）と溶媒（成分2）からなる濃度既知の溶液Aがあり、温度、圧力一定の条件で溶媒Sを加えて希釈し、濃度未知の溶液Mを調製する。その体積 V_M は、

$$V_M = \frac{V_A d_A + V_S d_S}{d_M} \quad (1)$$

により算出できる（中川, 2012）。ここで、 d_M 、 d_A 、および d_S は、それぞれ溶液A、溶液Mおよび溶媒Sの密度である。

2-2 二成分系溶液の希釈後の密度と濃度

式（1）より、 V_M の算出には、 d_M 、 d_A 、および d_S の値が必要となる。二成分系溶液の場合、その密度は溶質濃度の関数であり、つぎの経験式で表現できる（中川, 2012）。

$$d(w_1) = d_s + \sum_{i=1}^n a_i w_1^i \quad (2)$$

ここで w_1 は溶質の質量分率、 a_i は係数である。

希釈後の溶液Mに含まれる溶質の質量分率 $w_{M,1}$ は、

$$w_{M,1} = \frac{w_{A,1} V_A d_A}{V_A d_A + V_S d_S} \quad (3)$$

で求められる（中川, 2012）。ここで、 $w_{A,1}$ は希釈前の溶液Aに含まれる溶質の質量分率である。式（2）に $w_{A,1}$ や $w_{M,1}$ を代入して d_A や d_M を算出し、これらを式（1）に代入すれば、 V_M を推算できる。

溶液中の溶質の濃度は質量分率 w_1 以外に、モル分率 x_1 で表現することも可能である。両者の間には、つぎの関係式が成立する（Nakagawa, 1998）。

$$x_1 = \frac{w_1 M_2}{w_1 M_2 + (1 - w_1) M_1} = \frac{w_1 M_2}{w_1 (M_2 - M_1) + M_1} \quad (4)$$

ここで、 M_1 、 M_2 はそれぞれ成分1（溶質）、成分2（溶媒）のモル質量である。

3 計算

3-1 対象とした系とデータソース

本研究では、常圧、20℃において臭化ナトリウム水溶液および臭化カリウム水溶液を水で希釈した場合を対象とした。すなわち、溶質が臭化ナトリウムおよび臭化カリウム、溶媒が水に相当する。

常圧、20℃における臭化ナトリウム水溶液および臭化カリウム水溶液の密度（Haynes, 2012a）および水の密度（0.9982067 g・mL⁻¹）（Haynes, 2012b）に関しては、CRCハンドブックより引用した。最小二乗法により、 w_1 に対して水溶液の密度 d を式（2）の2、3、

4 および 5 次式に回帰し、係数 a_i を算出した。ただし、 d_s は水の密度に相当するので、 $d_s = 0.9982067 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ とした。

3-2 希釈後の体積の推算

式（１）を用いて、臭化ナトリウム水溶液および臭化カリウム水溶液の希釈前の体積 V_A と水の体積 V_S がそれぞれ、1.000 mLと9.000 mL、3.000 mLと7.000 mL、5.000 mLと5.000 mL、7.000 mLと3.000 mL、9.000 mLと1.000 mL、すなわち、希釈前の水溶液と水の体積の合計 $V_A + V_S$ が10.000 mLとなる場合について、希釈後の体積 V_M を推算した。

希釈前の水溶液の質量分率 w_1 は、両水溶液

ともに、0から0.4000（飽和水溶液）とし、0.0100 間隔で V_M を算出した。また、水溶液の密度 d の算出には、式（２）を用いた。

V_M を推算した順序は、以下の通りである。

- (1) $w_{A,1}$ を式（２）に代入して d_A を算出した。
- (2) V_A 、 V_S 、 d_A 、 d_s 、 $w_{A,1}$ を式（３）に代入して $w_{M,1}$ を算出した。
- (3) $w_{M,1}$ を式（２）に代入して d_M を算出した。
- (4) V_A 、 V_S 、 d_A 、 d_s 、 d_M を式（１）に代入して V_M を推算した。

4 結果と考察

4-1 水溶液の密度の濃度関数式の決定

4-1-1 臭化ナトリウム水溶液

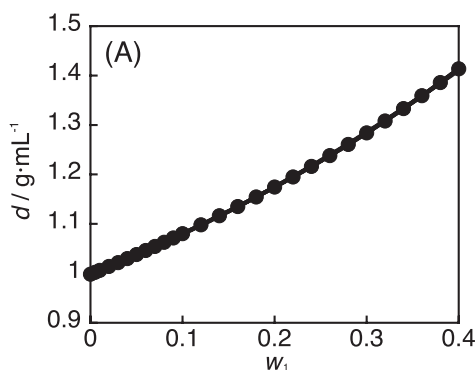
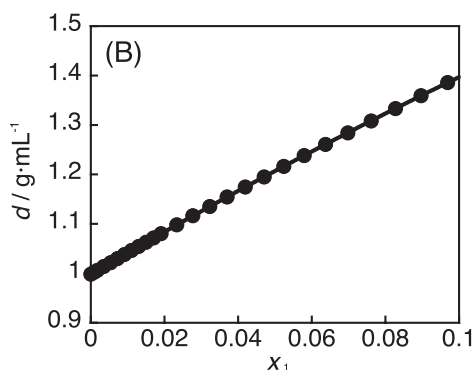


図 1 20℃における臭化ナトリウム水溶液の密度 d

(A) w_1 依存性



(B) x_1 依存性

図 1 に、臭化ナトリウム水溶液の密度 d の濃度依存性を示す。 d は臭化ナトリウムの質量分

率 w_1 、およびモル分率 x_1 いずれに関しても単調に増加し、式（２）で回帰可能である。

表 1 臭化ナトリウム水溶液の密度 d の回帰係数 a_i と標準偏差 σ

	$a_1/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$	$a_2/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$	$a_3/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$	$a_4/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$	$a_5/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$	$\sigma/\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$
$n=2$	0.73522	0.74281	—	—	—	1.1×10^{-4}
$n=3$	0.77470	0.40430	0.63835	—	—	7.9×10^{-5}
$n=4$	0.77039	0.47311	0.33028	0.41308	—	3.6×10^{-5}
$n=5$	0.77273	0.41574	0.76927	-0.91105	1.37570	2.8×10^{-5}

n : 回帰式の次数

表 1 に、最小二乗法により d を w_1 に対して回帰して得られた係数 a_i と標準偏差 σ を示す。いずれの場合も σ は小さく、回帰式は実測値をよ

く再現した。また、回帰式の次数 n の増大とともに σ は減少した。これより、 n が大きいほど、 d の実測値をよく再現することが判明した。

表 2 臭化ナトリウム水溶液の密度 d の比較

w_1	0.0500	0.1000	0.1600	0.2000	0.3000	0.4000
$d_{\text{obsd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	1.0021	1.0803	1.1352	1.1745	1.2842	1.4138
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=2)$	1.0019	1.0792	1.1349	1.1750	1.2856	1.4111
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=3)$	1.0021	1.0804	1.1351	1.2744	1.2842	1.4136
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=4)$	1.0021	1.0803	1.1352	1.1745	1.2842	1.4138
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=5)$	1.0021	1.0803	1.1752	1.1745	1.2842	1.4138

w_1 : 臭化ナトリウムの質量分率、 d_{obsd} : 実測値 (Haynes、2012a)、 d_{calcd} : 計算値、 n : 回帰式の次数

表 2 に、種々の w_1 に対する d の文献値と計算値を示す。いずれの場合も、密度の計算値は実測値の $10^{-2} \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$ の位まで再現した。さらに、 $n \geq 4$ の場合、計算値は実測値の $10^{-4} \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$ の位まで精度よく再現した。使用する各物性値の

精度が高ければ、より高精度で V_M を推算できる。そこで、 d の回帰式として 4 次式 (表 1 の $n = 4$) を採用し、 V_M を 10^{-3} mL の位まで算出した。

4-1-2 臭化カリウム水溶液

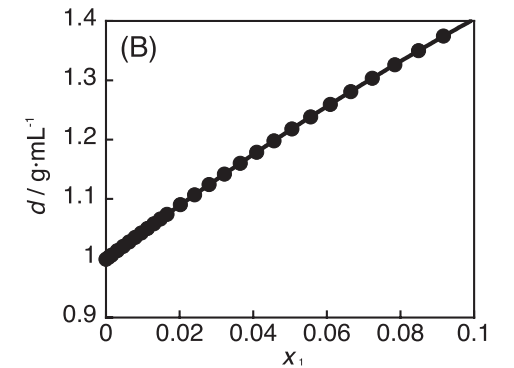
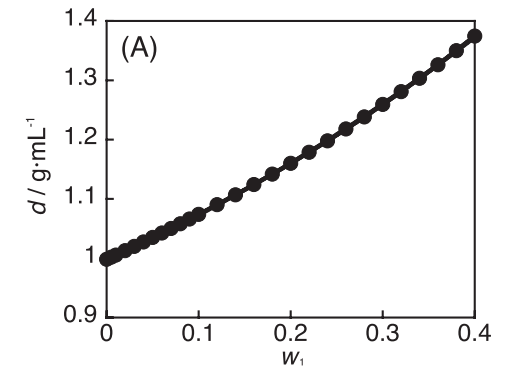


図 2 20℃における臭化カリウム水溶液の密度 d

(A) w_1 依存性

(B) x_1 依存性

図 2 に、臭化カリウム水溶液の密度の濃度依存性を示す。密度 d の値は w_1 、 x_1 いずれに対し

ても単調に増加し、式 (2) で回帰可能である。

表 3 臭化カリウム水溶液の密度 d の回帰係数 a_i と標準偏差 σ

	$a_1/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	$a_2/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	$a_3/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	$a_4/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	$a_5/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	$\sigma/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$
$n=2$	0.68645	0.62451	—	—	—	8.4×10^{-4}
$n=3$	0.71595	0.37155	0.47701	—	—	2.5×10^{-5}
$n=4$	0.71563	0.37676	0.45366	0.031312	—	2.5×10^{-5}
$n=5$	0.71698	0.34359	0.70751	-0.73437	0.79551	2.1×10^{-5}

n : 回帰式の次数

表３に、最小二乗法の手法により、 d を w_1 に対して回帰して得られた係数 a_i と標準偏差 σ を示す。臭化ナトリウム水溶液の場合と同様に、

いずれの場合も σ は小さく、回帰式は実測値をよく再現した。また、 $n \geq 3$ の場合、 σ の値はほとんど変化しないことが判明した。

表４ 臭化カリウム水溶液の密度 d の比較

w_1	0.0500	0.1000	0.1600	0.2000	0.3000	0.4000
$d_{\text{obsd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$	1.0018	1.0740	1.1242	1.1601	1.2593	1.3746
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=2)$	1.0017	1.0731	1.1240	1.1605	1.2603	1.3727
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=3)$	1.0018	1.0740	1.1242	1.1601	1.2593	1.3746
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=4)$	1.0018	1.0740	1.1242	1.1601	1.2593	1.3746
$d_{\text{calcd}}/\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}(n=5)$	1.0018	1.0740	1.1242	1.1601	1.2593	1.3746

w_1 ：臭化ナトリウムの質量分率、 d_{obsd} ：実測値（Haynes, 2012a）、 d_{calcd} ：計算値、 n ：回帰式の次数

表４に、種々の w_1 に対する d の文献値と計算値を示す。いずれの場合も、密度の計算値は実測値を $10^{-2} \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$ の位まで再現した。さらに、 $n \geq 3$ の場合、計算値は実測値の $10^{-4} \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$ の位まで精度よく再現した。そこで、計算上の利便性を考慮して、 d の回帰式として３次式（表

３の $n = 3$ ）を採用し、 V_M を 10^{-3} mL の位まで算出した。

４-２ 希釈した水溶液の体積

４-２-１ 臭化ナトリウム水溶液

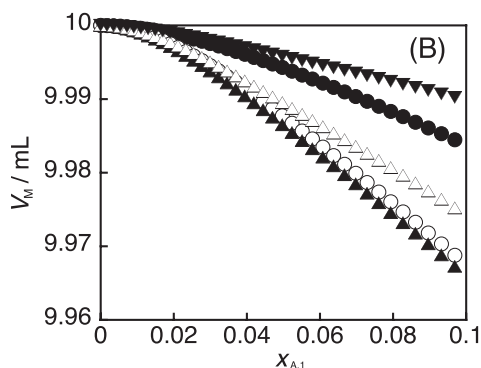
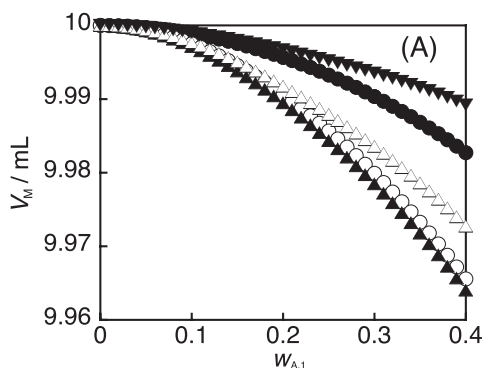


図３ 20℃における臭化ナトリウム水溶液の希釈後の体積 V_M

(A) $w_{A,1}$ 依存性

(B) $x_{A,1}$ 依存性

- : $V_A = 1.000 \text{ mL}$, $V_S = 9.000 \text{ mL}$, ○ : $V_A = 3.000 \text{ mL}$, $V_S = 7.000 \text{ mL}$,
- ▲ : $V_A = 5.000 \text{ mL}$, $V_S = 5.000 \text{ mL}$, △ : $V_A = 7.000 \text{ mL}$, $V_S = 3.000 \text{ mL}$,
- ▼ : $V_A = 9.000 \text{ mL}$, $V_S = 1.000 \text{ mL}$.

図３に、20℃における臭化ナトリウム水溶液の希釈後の体積 V_M を示す。希釈前の水溶液中の臭化ナトリウムの濃度 $w_{A,1}$ や $x_{A,1}$ が増大する

につれて体積減少率は増大し、 $V_A = 5.000 \text{ mL}$ 、 $V_S = 5.000 \text{ mL}$ の場合に、 V_M は最小値を示した。

表5 臭化ナトリウム水溶液を水で希釈した後の体積 V_M

V_A/mL	1.000	3.000	5.000	7.000	9.000
V_S/mL	9.000	7.000	5.000	3.000	1.000
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.1000)$	9.999	9.998	9.997	9.998	9.999
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.1600)$	9.997	9.994	9.993	9.994	9.998
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.2000)$	9.996	9.991	9.990	9.992	9.997
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.3000)$	9.990	9.980	9.979	9.984	9.994
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.4000)$	9.983	9.966	9.964	9.973	9.989

表5に、主な $w_{A,1}$ における V_M を示す。これらの値から、いずれの場合も、有意な体積減少が認められた。 $V_A=5.000\text{ mL}$ 、 $V_S=5.000\text{ mL}$ かつ $w_{A,1}=0.4000$ ($x_{A,1}=0.1045$) のとき、 $V_M=9.964\text{ mL}$ で最小となり、その体積減少率は0.36%であった。

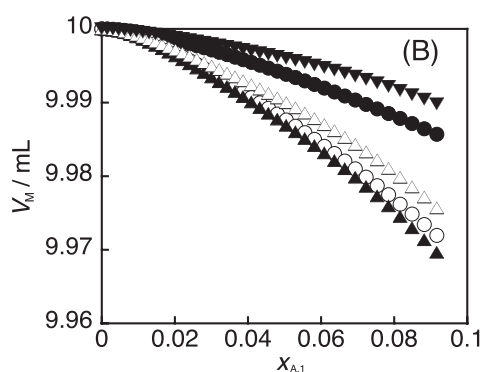
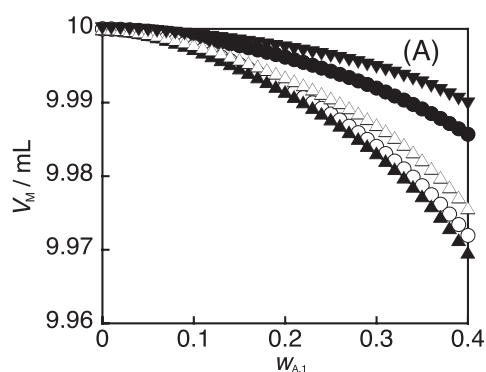
本研究で得られた結果を、前報(中川, 2013)の塩化ナトリウム水溶液の結果と比較した。塩化ナトリウム水溶液の場合、 $x_{A,1}=0.1045$ ですでに過飽和の状態に達している。そこで、飽和水溶液である $w_{A,1}=0.2600$ ($x_{A,1}=0.09775$) における V_M を算出した。 $V_A=5.000\text{ mL}$ 、 $V_S=5.000\text{ mL}$ のとき、 $V_M=9.959\text{ mL}$ で最小となり、その体積減少率は0.41%であり、僅かに臭化ナトリウム水溶液の減少率よりも大きい。

この原因に関して、以下のように考察した。両者に共通して含まれる Na^+ は、無限希釈における

部分モル体積の値が、 $-6.6\text{ mL}\cdot\text{mol}^{-1}$ と負の値であり、構造形成イオンである。一方、カウンターアニオンである Cl^- 、 Br^- はともにハロゲン化物イオンで、無限希釈における部分モル体積の値が、それぞれ $23.2\text{ mL}\cdot\text{mol}^{-1}$ および $30.1\text{ mL}\cdot\text{mol}^{-1}$ といずれも正の値であるため、構造破壊イオンである(上平・逢坂, 1989; 上平, 1998)。

体積減少に対する Na^+ の影響は、塩化ナトリウム水溶液と臭化ナトリウム水溶液では共通である。一方、カウンターアニオンである Cl^- と Br^- では、後者の方が無限希釈における部分モル体積の値が大きい。これより、 Br^- の周囲の水の構造が Cl^- の場合より破壊され、両者の体積減少率の差に反映すると推察される。

4-2-2 臭化カリウム水溶液

図4 20°Cにおける臭化カリウム水溶液の希釈後の体積 V_M

(A) $w_{A,1}$ 依存性

(B) $x_{A,1}$ 依存性

- : $V_A = 1.000\text{ mL}$, $V_S = 9.000\text{ mL}$, ○ : $V_A = 3.000\text{ mL}$, $V_S = 7.000\text{ mL}$,
- ▲ : $V_A = 5.000\text{ mL}$, $V_S = 5.000\text{ mL}$, △ : $V_A = 7.000\text{ mL}$, $V_S = 3.000\text{ mL}$,
- ▼ : $V_A = 9.000\text{ mL}$, $V_S = 1.000\text{ mL}$.

図４に、20℃における臭化カリウム水溶液の希釈後の体積 V_M を示す。臭化カリウムの濃度 $w_{A,1}$ や $x_{A,1}$ が増大するにつれて体積減少率は増

大し、 $V_A=5.000$ mL、 $V_S=5.000$ mLの場合に、 V_M が最小値を示した。

表６ 臭化カリウム水溶液を水で希釈した後の体積 V_M

V_A/mL	1.000	3.000	5.000	7.000	9.000
V_S/mL	9.000	7.000	5.000	3.000	1.000
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.1000)$	9.999	9.998	9.997	9.998	9.999
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.1600)$	9.997	9.995	9.994	9.995	9.998
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.2000)$	9.996	9.992	9.992	9.994	9.997
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.3000)$	9.992	9.984	9.983	9.987	9.995
$V_M/\text{mL} (w_{A,1}=0.4000)$	9.986	9.972	9.970	9.976	9.990

表６に、主な $w_{A,1}$ における V_M を示す。これらの値から、いずれの場合も、有意な体積減少が認められた。 $V_A=5.000$ mL、 $V_S=5.000$ mLかつ $w_{A,1}=0.4000$ ($x_{A,1}=0.09167$) のとき、 $V_M=9.970$ mLで最小となり、体積減少率は0.30%であった。

図３Ｂと図４Ｂにおいて、同一の $x_{A,1}$ の値における臭化ナトリウム水溶液と臭化カリウム水溶液の V_M の値を比較すると、 V_A と V_S の体積比にかかわらず、いずれの場合も、前者のほうがわずかに小さい。

この原因に関して、以下のように考えられる。体積減少に対する Br^- の影響は、臭化ナトリウム水溶液と臭化カリウム水溶液では共通である。一方、カウンターカチオンである Na^+ 、 K^+ はともにアルカリ金属イオンである。前者が構造形成イオンであるのに対して、後者は無限希釈における部分モル体積の値が $3.6 \text{ mL} \cdot \text{mol}^{-1}$ と正の値であるため、構造破壊イオンである（上平・逢坂, 1989；上平, 1998）。換言すれば、水溶液中では Na^+ 周囲の水構造が形成されるのに対し、 K^+ 周囲の水構造は破壊されている。それゆえ、これらの水溶液を希釈すると、 Na^+ を含む水溶液の場合には、形成された水構造が破壊されるため、これに相当した体積減少が予想される。一方、 K^+ を含む水溶液の場合には、すでに水構造が破壊されており、希釈に伴う体積減少は僅少である。この相違が、

体積減少率の差に反映すると推察される。

５ おわりに

本研究では、著者が誘導した二成分系溶液の希釈後の体積を推算するのに必要な一般式を、臭化ナトリウム水溶液および臭化カリウム水溶液について適用し、水溶液と水の体積がそれぞれ、1.000 mLと9.000 mL、3.000 mLと7.000 mL、5.000 mLと5.000 mL、7.000 mLと3.000 mL、9.000 mLと1.000 mL、すなわち、希釈前の水溶液と水の体積の合計が10.000 mLとなる場合について、水溶液を希釈した後の体積を推算した。両者ともに、いずれの混合比の場合でも、有意な体積減少が認められた。

本手法は実験を伴わないため、準備や後片付け、廃液処理等も不要である。簡便な式を用いて、容易に希釈した溶液の体積および体積減少率を算出できる。さらに希釈の前後における体積の加成性が破綻する原因についても考察が可能である。

よって、本研究の成果は、高等学校の物理学・化学の探究活動あるいは理科課題研究の教材として有用であると判断できる。

本研究は、J S P S 科研費24501072の助成を受けたものである。

引用文献

- Haynes, W. M. (Ed.) (2012a) Concentrative Properties of Aqueous Solutions: Density, Refractive Index, Freezing Point Depression, and Viscosity, CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition, Section 5, CRC Press, Boca Raton, 123-148.
- Haynes, W. M. (Ed.) (2012b) Standard Density of Water, CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition, Section 6, CRC Press, Boca Raton, 7-8.
- Nakagawa, T. (1998) Concentration Units on the Table, Education in Chemistry, 35(4), 108-109.
- 中川徹夫 (2007) 液体の混合に関するマイクロスケール化学実験—エタノール—水の混合に伴う体積減少—, 理科の教育, 56(8), 566-569.
- 中川徹夫 (2010) アルカノール—水混合物の体積：密度または過剰体積から算出した計算値とマイクロスケール実験による実測値との比較, 神戸女学院大学論集, 57(2), 99-107.
- 中川徹夫 (2012) 二成分系水溶液の希釈に伴う体積変化に関する考察 (1) —推算式の誘導とD-グルコース水溶液およびスクロース水溶液への適用—, 神戸女学院大学論集, 59(2), 93-102.
- Nakagawa, T (2013) Microscale Experiment on Decreases in Volume when Forming Binary Liquid Mixtures: Four Alkanol Aqueous Solutions, Chemical Education and Sustainability in the Global Age, Springer, Dordrecht, 335-346.
- 中川徹夫 (2013) 二成分系水溶液の希釈に伴う体積変化に関する考察 (2) —塩化ナトリウム水溶液および塩化カリウム水溶液—, 神戸女学院大学論集, 60(1), 169-178.
- 中川徹夫 (2014a) 二成分系水溶液の希釈に伴う体積変化に関する考察 (3) —水酸化ナトリウム水溶液および水酸化カリウム水溶液—, 神戸女学院大学論集, 61(1), 51-60.
- 中川徹夫 (2014b) 二成分系水溶液の希釈に伴う体積変化に関する考察 (4) —炭酸ナトリウム水溶液および炭酸カリウム水溶液—, 神戸女学院大学論集, 61(2), 123-132.
- 上平恒・逢坂昭 (1989) 生体系の水、講談社.
- 上平恒 (1998) 水の分子工学、講談社.