

ポジトロニウムと新しく発見された、 高エネルギー加速器による、 $q\bar{q}$ (コーク - アンチコーク) のエネルギー・レベル

宮 本 道 子

§1 水素原子のスペクトル (Fig. A) について^{ref1}。

1885年にバルマーは水素原子のスペクトルが、次のような規則に従っていることを発見した、

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

R はリドベルグ定数と呼ばれて、その値は

$$R = 109677.581 \pm 0.007 \text{ cm}^{-1} \quad \text{である、そして } c \text{ は光速度をあらわす。}$$

ついで、1906年にアメリカの物理学者ライマンは、次の規則に従うものを発見した

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=2, 3, \dots)$$

又、さらに1908年にパーシェンはパーシェン系列と呼ばれる、次の規則に従うものを発見した

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n=4, 5, 6, \dots)$$

a) 量子力学的方法によってスペクトル公式を導くこと^{ref2}。

上記のスペクトル公式をディラックの方法によって導いてみる、ディラックは相対論的效果及び電子のスピンを考慮に入れずに、ポテンシャルを $-\frac{e^2}{r}$ とし、次の方程式を解いた、

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{n(n+1)}{r^2} + \frac{2me^2}{\hbar^2} - \frac{1}{r} \right\} \chi_0 = -\frac{2mH'}{\hbar^2} \chi_0 \quad \dots\dots\dots(1)a$$

$$(n=0, 1, 2, \dots)$$

次に、 $\chi_0 = f(r) e^{-\frac{r}{a}}$ (1)a'

とするのが便利だから、 χ_0 をこのようにとる。ここで $a = \pm \sqrt{-\frac{\hbar^2}{2mH'}}$ (1)b

とすると、方程式 (1)a は

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{a} \frac{d}{dr} - \frac{n(n+1)}{r^2} + \frac{2me^2}{\hbar^2} - \frac{1}{r} \right\} f(r) = 0 \quad \dots\dots\dots(1)c$$

となる。この方程式の解を

$$f(r) = \sum_s c_s r^s \quad \dots\dots\dots(1)d$$

として解いてみる。ここで s は自分自身は整数でなくてもよいが、1ずつ増えてゆく数である。(1)dを(1)cに代入して、

$$\sum_s c_s \left\{ s(s-1) r^{s-2} - \left(\frac{2s}{a} \right) r^{s-1} - n(n+1) r^{s-2} + \left(\frac{2me^2}{\hbar^2} \right) r^{s-1} \right\} = 0 \dots\dots\dots(1)e$$

を得る。 r^{s-2} の係数をゼロとすると、

$$c_s [s(s-1) - n(n+1)] = c_{s-1} \left[\frac{2(s-1)}{a} - \frac{2me^2}{\hbar^2} \right] \dots\dots\dots(1)f$$

となる。 $f(r)$ として、 $r \rightarrow 0$ のとき $f(r) \rightarrow 0$ となる函数を取ると、 s はゼロより大きい最低

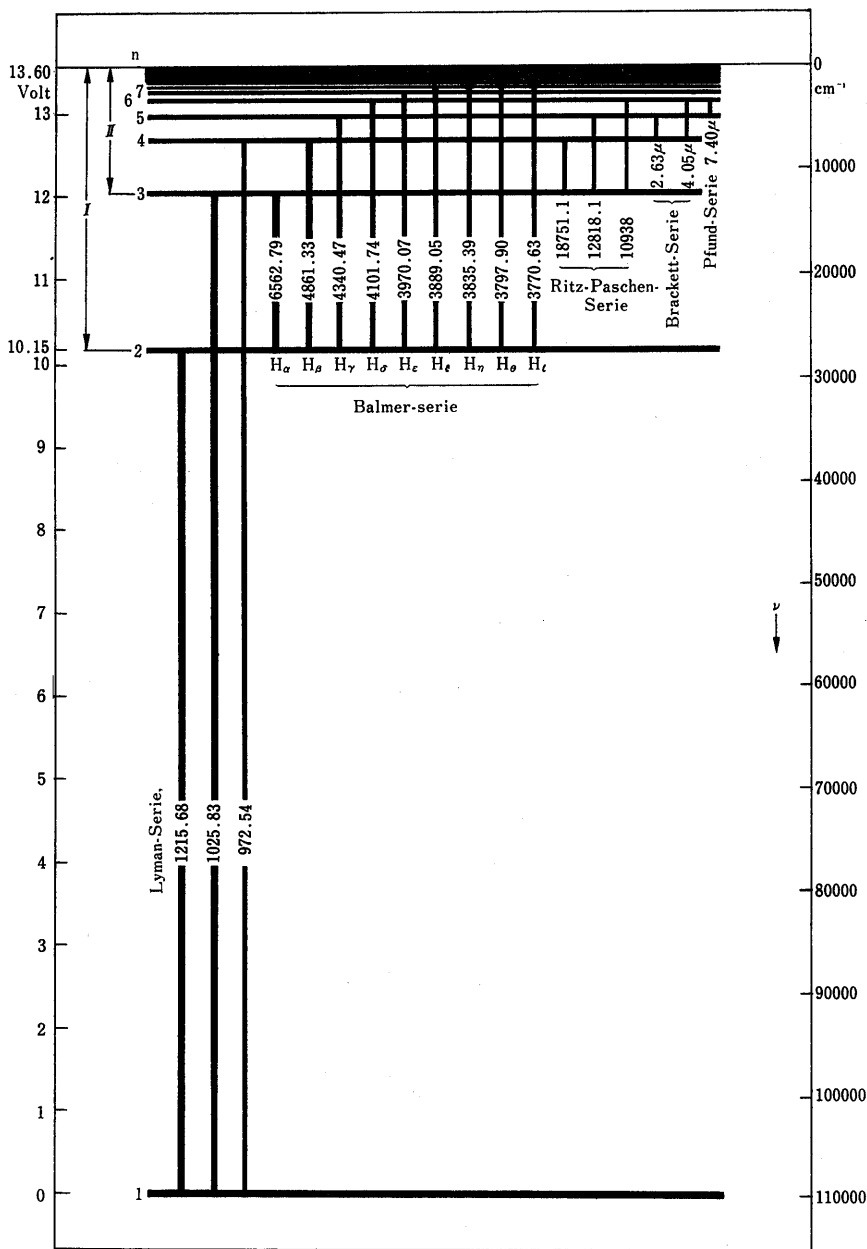


Fig A

値 s_0 を持つ。(1)f よりこのような s は、 $n+1$ か $-n$ であるが、後者はゼロかゼロより小さい整数となるので、 s は $n+1$ となる。大きい s については、(1)f より

$$\frac{c_s}{c_{s-1}} r = \frac{2r}{sa} \quad \dots\dots\dots(1)g$$

という関係を得る。故に (1)d は次のようになる、

$$\sum_s \frac{1}{s!} \left(\frac{2r}{a} \right)^s \quad \dots\dots\dots(1)h$$

この数列は $s \rightarrow \infty$ のとき $e^{\frac{2r}{a}}$ となる。

さて、 r が大きいときに、方程式の解 χ_0 のふるまいをしらべてみよう。 H' が正のときと、負のときを考えてみる。 H' が負のとき、(1)b によって与えられる a は実数となる。 a が正であるとすると、(1)d は $s \rightarrow \infty$ になるにつれて、 $e^{\frac{2r}{a}}$ に従って ∞ となる。そして χ_0 は $e^{\frac{r}{a}}$ に従って ∞ になるので、物理的な状態をあらわさない。それ故、 $H' < 0$ の場合には、(1)c の物理的に許される解は存在しない。しかしながら、例外がある。数列 (1)d が s の大きい方で終りになっているものとする、この場合には境界条件がすべて満足される。この条件は (1)f における c_{s-1} の係数 $\left[\frac{2(s-1)}{a} - \frac{2me^2}{\hbar^2} \right]$ が、 $n+1$ よりも小さくならないサフィックス $s-1$ でゼロになることを示している、すなわち

$$\frac{s}{a} - \frac{me^2}{\hbar^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)i$$

それ故、 $n+1$ より小さくない整数 s に対して、(1)b と (1)i より

$$H' = - \frac{me^4}{2s^2\hbar^2} \quad \dots\dots\dots(1)j$$

を得る。これが水素のエネルギー・スペクトルを与える式である。

b) 相対論的量子力学の方法でスペクトル公式を導くこと。

ディラックは相対論的量子力学による次のような方程式をたて、

$$\left(\frac{H'}{c} + \frac{e^2}{cr} \right) \phi_a + \hbar \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \phi_b + \frac{j\hbar}{r} \phi_b - mc\phi_a = 0 \quad \dots\dots\dots(1)k$$

$$\left(\frac{H'}{c} + \frac{e^2}{cr} \right) \phi_b - \hbar \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \phi_a + \frac{j\hbar}{r} \phi_a + mc\phi_b = 0 \quad \dots\dots\dots(1)l$$

次のような手順で解いていった。ここで H' はエネルギーの固有値で、 ϕ_a 、 ϕ_b は電子の波動関数の成分である。そして j は全角運動量である。さて、

$$\frac{\hbar}{mc - \frac{H'}{c}} = a_1, \quad \frac{\hbar}{mc + \frac{H'}{c}} = a_2$$

とすると、(1)k、(1)l は

$$\left(\frac{1}{a_1} - \frac{\alpha}{r} \right) \phi_a - \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{j+1}{r} \right) \phi_b = 0 \quad \dots\dots\dots(1)k'$$

$$\left(\frac{1}{a_2} + \frac{\alpha}{r} \right) \phi_b - \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{j-1}{r} \right) \phi_a = 0 \quad \dots\dots\dots(1)l'$$

となる。ここで、 $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$ ^{ref3} である。さらに、

$$\psi_a = \frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r} f(r), \quad \psi_b = \frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r} g(r) \quad \dots\dots\dots(1)m$$

のように、 r についての新しい関数 $f(r)$, $g(r)$ を導入する。ここで、 $a = (a_1 a_2)^{\frac{1}{2}} = \hbar (m^2 c^2 - \frac{H'^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ である。すると、(1)k', (1)l' 式は

$$\left(\frac{1}{a_1} - \frac{\alpha}{r}\right) f - \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{a} + \frac{j}{r}\right) g = 0 \quad \dots\dots\dots(1)k''$$

$$\left(\frac{1}{a_2} + \frac{\alpha}{r}\right) g - \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{a} - \frac{j}{r}\right) f = 0 \quad \dots\dots\dots(1)l''$$

となる。ここで、

$$f = \sum_s c_s r^s, \quad g = \sum_s c'_s r^s \quad \dots\dots\dots(1)n$$

としてみる。 s は 1 つづ増える数であるが、自分自身は整数でなくてもよい。(1)n を (1)k'', (1)l'' に代入して、 r^{s-1} の係数を取り出すと、

$$\frac{c_{s-1}}{a_1} - \alpha c_s - (s+j)c'_s + \frac{c'_{s-1}}{a} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)p$$

$$\frac{c'_{s-1}}{a_2} + \alpha c'_s - (s-j)c_s + \frac{c_{s-1}}{a} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)q$$

を得る。まず、(1)p に a をかけ、(1)q に a_2 をかけて引き算をすると、

$$[a\alpha - a_2(s-j)] c_s + [a_2\alpha + a(s+j)] c'_s = 0 \quad \dots\dots\dots(1)r$$

を得るが、これは c_s と c'_s の関係を示す式である。

$r=0$ における境界条件は、 $r \rightarrow 0$ のとき、 $r\psi_a$ と $r\psi_b \rightarrow 0$ となる、それ故 (1)m より、 $r \rightarrow 0$ のとき $f \rightarrow 0$, $g \rightarrow 0$ となる。それ故、(1)n は s の小さい側で有限でなければならない。 s_0 が s の最小値であるとすれば、

$$c_{s_0-1} = c'_{s_0-1} = 0$$

とおいて、

$$\alpha c_{s_0} + (s_0+j)c'_{s_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)s$$

$$\alpha c'_{s_0} - (s_0-j)c_{s_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)t$$

を得る。そしてこれらから、

$$\alpha^2 = -s_0^2 + j^2 \quad \dots\dots\dots(1)u$$

となる。そして、

$$s_0 = \sqrt{j^2 - \alpha^2}$$

である。方程式 (1)r と (1)q から、 s が大きい時、近似的に次のようになることがわかる。

$$a_2 c_s = \alpha c'_s$$

$$s c_s = \frac{c_{s-1}}{a} + \frac{c'_{s-1}}{a_2}$$

それ故、

$$\frac{c_s}{c_{s-1}} = \frac{2}{as}$$

となる。故に (1)n は収斂して、次のようになる

$$\sum_s \frac{1}{s!} \left(\frac{2r}{a} \right)^s$$

これは又、 $e^{\frac{2r}{a}}$ である。 a が純虚数であるならば、 H' はあらゆる値を取ることが許される。すなわち、 $H' > mc^2$ の場合である。一方 $H' < mc^2$ については、 a を正と取るべきである。そして (1)n のシリーズで、 s の大きい側で有限であるような場合に対してのみ、 H' の値が許されることがわかる。

もし (1)n において c_s と c'_s が最大の s であるとする、 $c_{s+1} = c'_{s+1} = 0$ である。我々は (1)p, (1)q から、 s に $s+1$ を代入して

$$\frac{c_s}{a_1} + \frac{c'_s}{a} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)v$$

$$\frac{c'_s}{a_2} + \frac{c_s}{a} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)w$$

を得る。 $a = (a_1 a_2)^{\frac{1}{2}}$ という関係より、(1)v と (1)w は同等であることがわかる。(1)r を一緒に考えて、次の関係を得る

$$a_1[\alpha a - a_2(s-j)] = a[a_2\alpha + a(s+j)]$$

これらを整理して、

$$2a_1 a_2 s = a(a_1 - a_2)\alpha$$

を得る。そして、

$$\frac{s}{a} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) \alpha = \frac{H'}{c\hbar} \alpha$$

又、
$$s^2 \left(m^2 c^2 - \frac{H'^2}{c^2} \right) = \frac{\alpha^2 H'^2}{c^2}$$

それ故
$$\frac{H'}{mc^2} = \left(1 + \frac{\alpha^2}{s^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

となるが、この式における s は s_0 より大きい。又、ゼロより大きい整数であるはずである。それ故

$$s = n + \sqrt{j^2 - \alpha^2}$$

そして、

$$\frac{H'}{mc^2} = \left\{ 1 + \frac{\alpha^2}{(n + \sqrt{j^2 - \alpha^2})^2} \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

となる。これはゾンマーフェルトの微細構造式で、(1)j の与えるスペクトルよりも、さらに細かく分枝するスペクトル線の実験とよく一致している。

§2 ポジトロニウム (P_s) について^{ref4}

a) P_s の質量と基底状態 $\psi(n=1^{(1)}, l=0^{(0)})$ について

(注 (イ) n は主量子数 (ロ) l は軌道角運動量)

P_s は電子と陽電子の束縛状態である。そしてその換算質量は

$$M = \frac{(m_e^-)(m_e^+)}{m_e^- + m_e^+} = \frac{1}{2} m_e^- \quad \dots\dots\dots(2)a$$

であるので、 Ps が水素とよく似たスペクトルを持つと考えると、(1)j より、 Ps のエネルギーレベルは水素の半分の大きさであることがわかる。

水素の場合に少し話しをもどすが、原子核のまわりを電子が軌道をえがいて、まわっていると考えますが、この第一番目の軌道が、ボーアによって最初に求められた円軌道である。この第一番目の円軌道の半径^{ref3}

$$a = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 5.2917 \times 10^{-9} \text{cm}$$

で、又この軌道を走る電子の速^{ref3}さは

$$v_0 = \frac{e^2}{\hbar} = 2.1877 \times 10^8 \text{cm/sec}$$

となるので、振動数のユニット^{ref3}

$$\frac{v_0}{a} = 4\pi Ry = 4.1341 \times 10^{16} \text{ sec}^{-1}$$

そして、リドベルグ振動数 (Ry)^{ref3}は

$$Ry = 3.28985 \times 10^9 \text{ Mc/sec} \quad \dots\dots\dots(2)b$$

これはエレクトロンボルトであらわすと 13.605eV に相当する。

Ps のイオン化ポテンシャルは、ちょうどこの 13.6eV の半分の 6.8eV であることがわかる。

次に、 Ps の基底状態 $\psi(n=1, \ell=0)$ はトータル・スピン 1 のトリプレットの状態 (ψ_T) と、スピンゼロのシングレットの状態 (ψ_S) から構成されていると考える。すなわち、

$$\psi_T (m=1) = \uparrow\uparrow \quad \psi_T (m=-1) = \downarrow\downarrow \quad \dots\dots\dots(2)c$$

$$\psi_T (m=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \quad \dots\dots\dots(2)d$$

$$\psi_S (m=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \quad \dots\dots\dots(2)e$$

ここで \uparrow と \downarrow は、電子と陽電子のスピンに関する記号で、 m は任意の量子化軸へのスピンの射影をあらわす。これらの状態は、スピン・スピン hyperfine (hfs) 相互作用によって分枝され、このエネルギー・レベルの幅は水素の 200 倍ほどである。トリプレットとシングレットのライフ・タイムは $0.1 \times 10^{-9} \text{ sec}$ と $140 \times 10^{-9} \text{ sec}$ であるが、これらは選択則に従って、主に 2 個又は 3 個の光子になる。

b) Ps 研究の意義について

(1) Ps は純粋にレプトニックな系である。従って $n=1, n=2$ のスペクトルの高精度の測定は、量子電磁力学が予言した数値に対する厳しいテストを与える。又、間接的に TCP をテストする。なぜなら、 Ps に関するすべての計算には、質量について $m_e^+ = m_e^-$ が、磁気モーメントについては $|\mu_e^+| = |\mu_e^-|$ が仮定されているからである。正確な等号からの偏差は、分離されたエネルギー・レベルの中等にあらわれる。電子と陽電子の質量と g の比較のよう

な、粒子と反粒子の同等性についてのいろいろな直接的なテストのように精度の高いものではないが、これら間接的なテストも、かなり高い精度で粒子と反粒子の同等性を示している。

(2) 電子と陽電子は互いに反粒子である。それ故 Ps はチャージ・コンジュゲーション(C)不変性と、内部電子・陽電子パリティのような、いろいろな対称性の原理の研究に用いられる。

(3) 陽電子は電子の反粒子で、正の電荷を持っているから、水素原子の中の陽子の役目を陽電子が Ps の中でしていると考えられる^{ref3}。従って、 $n=1$ の hfs 又はトリプレット崩壊に、実験の予言と比較しうる計算が必要とされるときに、我々はこの計算に用いる QED の2体問題への適用性をテストすることができる。

c) Ps の理論的研究

基本的な Ps 研究の種々の見解があるが、それらの中で最も完全なものは、Deutsch (1953), De Benedetti と Corben (1954) そして Stroschio (1975) によるものである。Stroschio による仕事は、最初は理論についてのものであった。一方、Deutsch と De Benedetti の研究は理論と実験の両方に及んでいる。最近は、低エネルギー陽電子ビームを使用した仕事についての報告がある (Griffith と Heyland, 1978)。

ここでは、Pirenne によってなされた理論を記述してみることにする。彼は、 $n=1$ の Ps の hfs と任意の n に対する相対論的量子電磁力学による fine structure (fs) の計算をした。 $n=1$ のトリプレットとシングレットの状態のエネルギー W_T (hfs) と W_S (hfs) は次のように与えられる

$$W_T(\text{hfs}) = \left[-\frac{1}{4} + \alpha^2 \left(\frac{1}{12} - \frac{5}{64} + \frac{1}{4} \right) \right] \alpha^2 mc^2 \quad \dots\dots\dots(2f)$$

$$W_S(\text{hfs}) = \left[-\frac{1}{4} + \alpha^2 \left(-\frac{1}{4} - \frac{5}{64} \right) \right] \alpha^2 mc^2 \quad \dots\dots\dots(2g)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137}$$

ここで、 W_T と W_S における $-\frac{1}{4}\alpha^2 mc^2$ という項は、クーロン相互作用 (-6.8eV) であり、 $\frac{1}{12}\alpha^4$ と $-\frac{1}{4}\alpha^4$ の項は、次に示すハミルトニアンと、トリプレットとシングレットのスピンのスピンの相互作用をあらわす、

$$H_{ss} = \mu^2 \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{r^3} - \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r} \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}}{r^5} \right) \quad \dots\dots\dots(2h)$$

そして $-\frac{5}{64}\alpha^4$ は通常の水素タイプの相対論的質量の増加等に対する相対論的效果をあらわす (Fig. 1a)。残りの W_T の中の $\frac{1}{4}\alpha^4 mc^2$ という項は、 Ps の中間状態的消滅によって光子を創る過程である (Fig. 1b)。C の保存は、シングレット状態に対するこの (Fig. 1b) の過程を禁じている。なぜなら、C が保存する場合は偶で、一方一個の光子の中間状態は奇であるからである。

一般に $n^{2s+1} S_J$ は主量子数 n 、全角運動量 J 、スピン S の大きさを持つ粒子の状態をあら

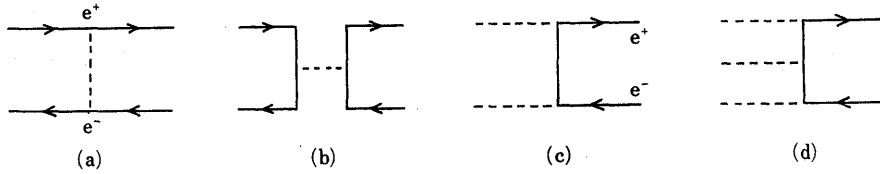


FIG.1. (a) Feynman diagram representing the exchange of a covariant photon. This diagram includes all effects in expressions (2) f and (2) g with the exception of the term $\frac{1}{4}\alpha^2 mc^2$ in Eq. (2) f. (b) Feynman diagram representing virtual annihilation of Ps. This effect adds $+\frac{1}{4}\alpha^2 mc^2$ to W_T and comprises 40% of the triplet-singlet splitting $W(\text{hfs})$. (c) Feynman diagram representing the lowest order decay of singlet ($n=1$) $\text{Ps}[\lambda_0(1^1S_0)]$. (d) Feynman diagram representing the lowest order decay of triplet ($n=1$) $\text{Ps}[\lambda_0(1^3S_1)]$.

わすref5。

Pirenne は n^1S_0 の Ps 状態が 2γ に崩壊する確率を計算した (ラムシフト $L \cdot S$ 等の放射補正はこの場合には含まれていない) これは、次のようである (λ_0 のサフィックスゼロは lowest order を示す)

$$\lambda_0(n^1S_0) = \frac{4\rho \sigma(2\gamma) v}{n^3} = \frac{8 \times 10^9}{n^3} \text{sec}^{-1}$$

ここで ρ は、ポジトロンの位置における電子の密度である、

$$\rho = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\alpha mc}{2\hbar n} \right)^3$$

$\sigma(2\gamma)$ は 2 個の光子の対消滅に対するディラック平面波断面積 $\left(\frac{\pi r_0^2 c}{v} \right)$ である、 v は相対的電子-陽電子の速度である、次に Fig. 1c のファイマングラフを計算すると

$$\lambda_0(n^1S_0) = \frac{\alpha^5}{2n^3} \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right)$$

となる。

1946年に Wheeler は類似の崩壊確率を推定した。束縛状態又は自由シングレット状態の消滅による光子はもし電子と陽電子が反対の内部パリティを持つならば、偏光の垂直面と面偏光をするであろうということを予言した。この予言は、1948~50年の間の数々の仕事によって証明された。

次の主たる進歩は Ore と Powell が $1^3S_1 \rightarrow 3\gamma$ (Fig. 1d) に対する崩壊率を計算したときで、

$$\lambda_0(1^3S_1) = \frac{2}{9\pi} \alpha^6 \frac{mc^2}{\hbar} (\pi^2 - 9) \simeq 7 \times 10^7 \text{sec}^{-1}$$

となる。

d) Ps の発見と、それに続く進歩。

Deutsch が Ps をガスの中に創り、そしてなまの重要な $W(\text{hfs})$ の測定を $\pm 15\%$ の誤差で、そして $\lambda(1^3S_1)$ の測定を $\pm 10\%$ の誤差で行ったという報告をしたときに、実験の状況は劇的に変わった。最初の hfs の決定は、magnetic quenching technique にもとづくものであった。磁場は $m = \pm 1$ 状態に分枝を与えない、又ハミルトニアンの中の磁場 (B) に関する部

分 H_M は, $\phi_T(m=0)$ と $\phi_s(m=0)$ を混合して, 次のように与えられる,

$$H_M = \frac{g'}{2} \mu_B B (\sigma_z(e^-) - \sigma_z(e^+))$$

ここで, 相対論的束縛と重心系の効果と同じように量子電磁力学の効果を考慮に入れると,

$$\frac{g'}{2} = (1+a) \left(1 - \frac{5}{24} \alpha^2 - \frac{T(\text{center-mass})}{2mc^2} \right)$$

を得る。ここで a は anomaly をあらわす。

H_M を含むが, シングレットとトリプレット状態の光消滅による効果を含まないエネルギー・マトリックスの対角化は, 次のよく知られた場の固有値, エネルギー, そして崩壊確率に対する近似的表現にみちびく,

$$\phi_{T'} = \frac{1}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}} (\phi_T + y\phi_s) \quad \dots\dots\dots(2)i$$

$$\phi'_s = \frac{1}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}} (\phi_s - y\phi_T) \quad \dots\dots\dots(2)j$$

$$W'_{T'} = \frac{1}{2} W_T [1 + (1+x^2)^{\frac{1}{2}}] \underset{x \ll 1}{\simeq} W \left\{ 1 + \frac{1}{4} x^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(2)k$$

$$W'_s = \frac{1}{2} W_T [1 - (1+x^2)^{\frac{1}{2}}] \underset{x \ll 1}{\simeq} -\frac{1}{4} x^2 W \quad \dots\dots\dots(2)l$$

$$\lambda'_{T'} = \frac{1}{1+y^2} (\lambda_T + y^2 \lambda_s) = \lambda'_{T'}(3\gamma) + \lambda'_{T'}(2\gamma) \underset{x \ll 1}{\simeq} \lambda_T + \frac{1}{4} x^2 \lambda_s \quad \dots\dots\dots(2)m$$

$$\lambda'_s = \frac{1}{1+y^2} (\lambda_s + y^2 \lambda_T) = \lambda'_s(2\gamma) + \lambda'_s(3\gamma) \underset{x \ll 1}{\simeq} \lambda_s \quad \dots\dots\dots(2)n$$

ここで,

$$x = \frac{2g' \mu_B B}{W(\text{hfs})}$$

$$y = \frac{x}{[1 + (1+x^2)^{\frac{1}{2}}]}$$

$\lambda'_{T'}(2\gamma)$, $\lambda'_{T'}(3\gamma)$, $\lambda'_s(2\gamma)$ そして $\lambda'_s(3\gamma)$ はそれぞれ, $\phi'_{T'}$ と ϕ'_s からの 2γ 又は 3γ チャネルへの崩壊に関係するものである。エネルギーゼロを W_s , $W_T = W(\text{hfs}) = W$ にとると, $W'_{T'}$, W'_s は Fig. 2 において B の関数としてグラフに書かれている。

Deutsch の W の測定は magnetic quenching technique を用いたものであった。そして (2)m からわかるように, $\phi'_{T'}$ からの 2γ と 3γ の崩壊の比は次のとおりになる,

$$r = \frac{\lambda'_{T'}(2\gamma)}{\lambda'_{T'}(3\gamma)} = y^2 \frac{\lambda_s}{\lambda_T} \underset{x \ll 1}{\simeq} \frac{1}{4} x^2 \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_T} \right)$$

そのすぐ後に, Deutsch は radiofrequency (rf) quenching technique を導入することによって, P_s を形成する領域において B (8-10KG) を用い, B に垂直な rf の磁場 $B_y \cos(2\pi f t)$ を使った。固定された f ($f=f_0$) に対して $W'_{T'}(x)$ は次の近似的な条件を満す,

$$W'_{T'} - W_T = hf_0 = \frac{1}{2} h\nu [(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - 1], \quad h\nu = W \quad \dots\dots\dots(2)p$$

これらの断片の一つ一つの B による変化の測定は, 次のような不確定性原理によって与えられる線幅のローレンツの共鳴線を近似的に要求する,

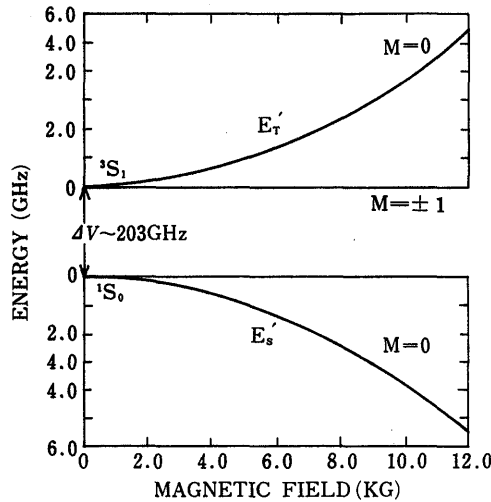


FIG.2. The energy levels of Ps in a magnetic field (to scale).

$$\frac{\delta B}{B} = \frac{\lambda_{T'} + \lambda_T}{4\pi f_0}$$

もし我々が方程式 (2)k, (2)l を用いて, $x \gg 1$, $x^2 \lambda_s \gg \lambda_T$ という条件であるとする, 次のように書き直すことが出来る,

$$\frac{\delta B}{B} \approx \frac{\lambda_s}{4\pi \nu} = 3.1 \times 10^{-3}$$

そして (2)n を用いて, 共鳴における f_0 と $x(B)$ の値から W を得る。原理的に, $\nu = 230$ GHz でのシングレット-トリプレットの直接の遷移に驚ろく。しかしながら, これをするためのマイクロ波の実験はなお極端にむつかしい。

Ps 系を理解するために取られた次の主なステップは, 本質的に理論的なステップであった。1952年において, Karplus と Klein は Ps における放射補正をはじめて計算した。 $\alpha^5 mc^2$ の大きさまでの W に対する放射と他の相対論的補正の計算は, Deutsch et al. の測定との一致を得るために事実必要であった。

$$W = W_0 + W_1 + W_2 + \dots \quad (2)q$$

$$W_0 = \frac{\alpha^4 mc^2}{4} \frac{7}{3} \quad (2)r$$

$$W_1 = \frac{\alpha^4 mc^2}{4} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) \left(\frac{32}{9} + \alpha \ln \alpha \right) \quad (2)s$$

ここで W_0 は lowest の hfs 相互作用であり (203000 MHz の大きさ), W_1 は $\alpha^5 mc^2$ (1000 MHz) の大きさで, 基礎的な相互作用に対する第一放射補正による寄与である (Fig. 3)。第二放射補正に対する W_2 は α^2 と $\alpha^2 \ln \alpha$ の大きさであるが, 今までに部分的に計算されている。

Ps 崩壊における選択則の重要な明確化は, 1952年~3年に Wolfenstein と Ravenhall が明確に Ps が有限の軌道角運動量 (ℓ) とトータルスピン (S) の状態で, チャージ・コンジュ

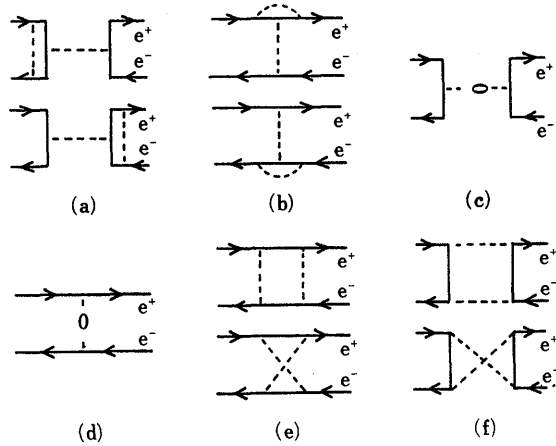


FIG.3. Feynman diagrams representing all contributions to W_1 [Eq. (2)_s] [$W_1 = W_{1a} + \dots + W_{1f} - (\alpha/4\pi)(32/9 + 2\ln 2) + i\alpha/4(\text{units } \alpha^4 mc^2)$]. (a) Virtual annihilation plus photon exchange: $W_{1a} = -(\alpha/\pi)$. (b) Vertex correction diagrams $W_{1b} = (\alpha/3\pi)$. (c) Virtual annihilation plus vacuum polarization (3S_1 only): $W_{1c} = (-2\alpha/9\pi)$. (d) Vacuum polarization: $W_{1d} = 0$. (e) Two-photon exchange: $W_{1e} = -\alpha/2\pi$. (f) Two-quantum annihilation (1S_0 only): $\text{Re } W_{1f} = (\alpha/2\pi)(1 - \ln 2)$, $\text{Im } W_{1f} = (h/2)\lambda_s = (\alpha/4)$.

ゲージオン・オペレーター (C) の固有値 $(-1)^{\ell+s}$ の固有状態であることを示したときになされた、すなわち

$$C\psi(n, \ell, s) = (-1)^{\ell+s} \psi(n, \ell, s)$$

であり、 N 光子状態は又固有値 $(-1)^N$ をもつ C の固有状態であるので、崩壊過程における C の保存は、放射された光子の数 N に対する一定の選択則をみちびく。

一層意味のある理論的研究が、 P_s の研究のはじめの10年になされた、それは $\alpha^5 mc^2$ の大

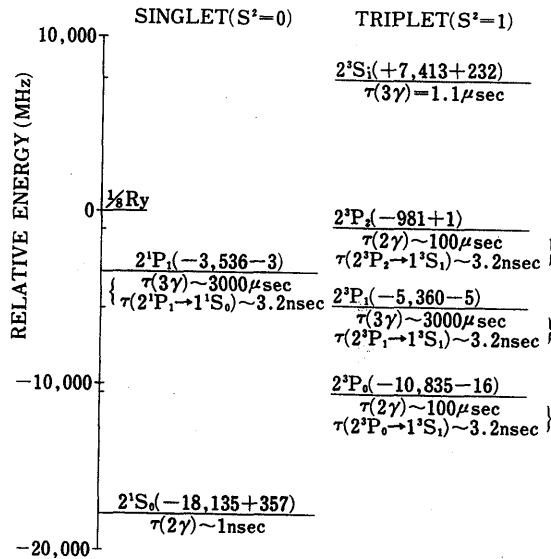


FIG.4. The $n=2$ level structure of Ps. The numbers in parenthesis represent the $O(\alpha^4)$ (fine structure) and $O(\alpha^5)$ (radiative corrections) to the Bohr energy level ($\frac{1}{4}\text{Ry}$). Thus, for example, these corrections in 2^1P_1 are -3536 and -3 MHz, respectively. Estimates of the leading annihilation modes and optical decay rates are also included.

きさでの $n=2$ のエネルギー・レベルのすべての補正の計算であり, Fulton と Martin によって, 1954年になされた。彼等の主な結果は, 放射(ラム・シフトの大きさ), 反跳そして中間状態の対消滅の寄与が 2^3S_1 と 2^1S_0 の計算中に主として取り入れられているということである。

$n=2$ のエネルギー・レベルの構造は Fig. 4 に示されている。

§3 高エネルギー加速器 (CLEO) による $q\bar{q}$ (コーク-アンティコーク) の観測

高エネルギー実験において, CLEO 検出器は, ポジトロニウムが電子と陽電子の束縛状態であるように, 同種のコークと反コークの束縛状態と考えられる四つのエネルギー・レベル (Fig. B) を観測した。

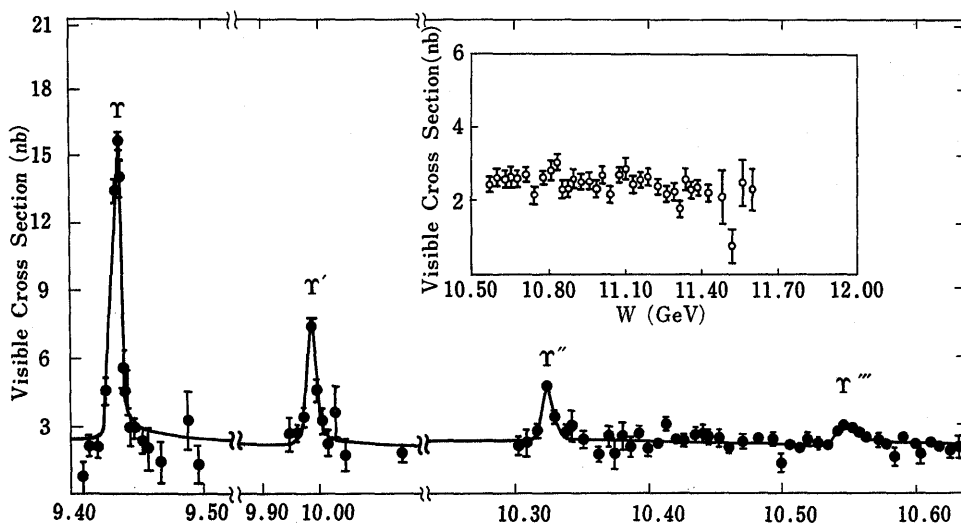


Fig. B

理論のモデルAを Cornell Model [P. R. D21, 203 (1980)] モデルBを Bhanot and Rudaz [Phys Lett 78B, 119 (1978)] そしてモデルCを Buchmüller et. al. [P. R. L. 45, 103 (1980)] とすると, 次のような分枝比に対する研究結果が, 1981年の SLAC SUMMER INSTITUTE で発表された。

Model	$B(\gamma(2S) \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma(1S))$	$B(\gamma(3S) \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma(1S))$	$B(\gamma(3S) \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma(2S))$
A	18%	1.3%	2.3%
B	19.4%	2.0%	1.9%
C	16.7%	3.4%	1.5%
実験	$19.1 \pm 2.6\%$	$4.8 \pm 1.7\%$	$< 14\%$

以上であるが, §1 の a), b) において参考文献 (2) より引用し, §2 の a), b), c), d) において参考文献 (4) より引用した。

参考文献 (references)

1. 小谷正雄, 梅沢博臣編 大学演習 量子力学 裳華房
2. P.A.M. Dirac *The Principles of Quantum Mechanics* Oxford at the Clarendon Press
3. Hans A. Bethe & Edwin E. Salpeter *Quantum Mechanis of One and Two-Electron Atoms*, A Plenum & Rosetta Edition.
4. Arthur Rich, "Recent experimental advances in positronium research" *Rev. Mod. Phys.* Vol. 53, No. 1, January 1981, p.127.
5. 武田 晧, 宮沢弘成著 素粒子物理学 裳華房

原稿受理 1981年11月30日

Summary

**Research into the Energy-levels of Positronium and Those
of New $q\bar{q}$ (quark-antiquark) as Detected
in the Highenergy Detector**

Michiko Miyamoto

In order to do research into the $q\bar{q}$ energy levels in the theoretical way, I studied hydrogen energy-levels, hydrogen fine structure energy-levels and positronium hyperfine structure energy-levels.

I introduce hydrogen energy-levels according to Prof. P.A.M. Dirac and so did for hydrogen fine structure energy-levels.

I have quoted from the paper published in Rev. Mod. Phys. (Ref (4)) for describing positronium. I agree with many of the findings therein.

Then, I have described $q\bar{q}$ energy-levels according to 1981 SLAC Summer Institute. I appreciate it too.